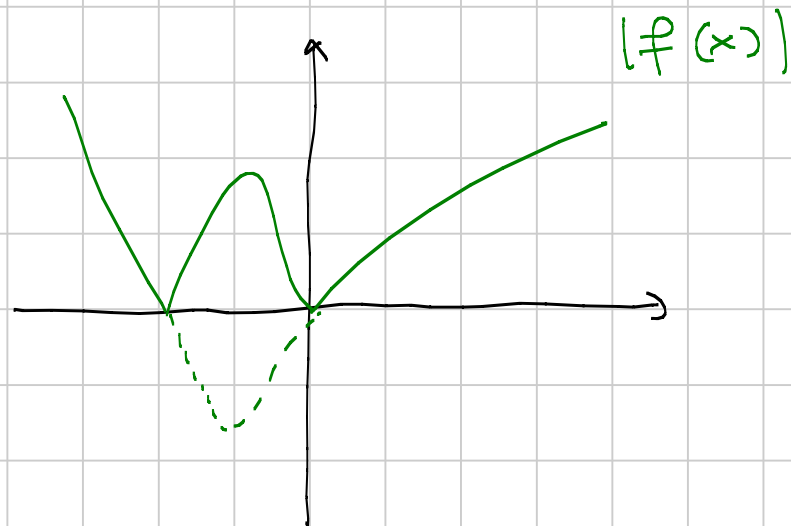
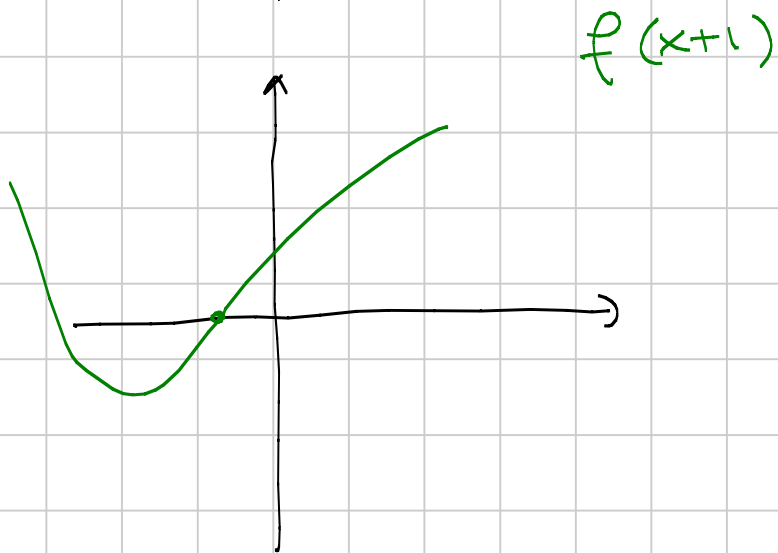
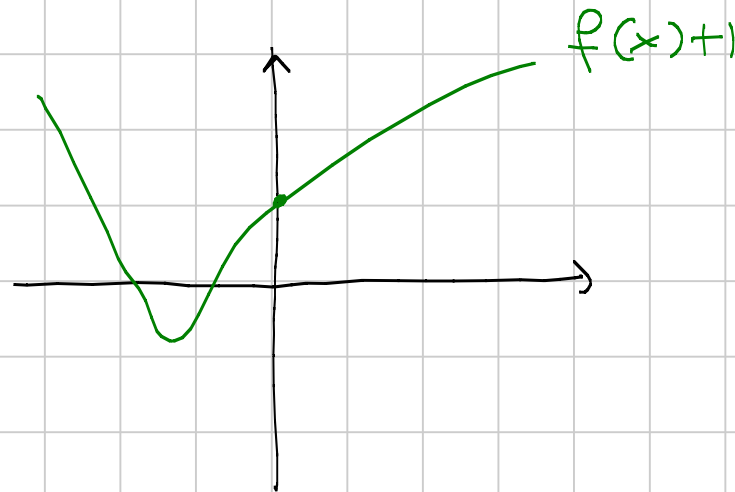
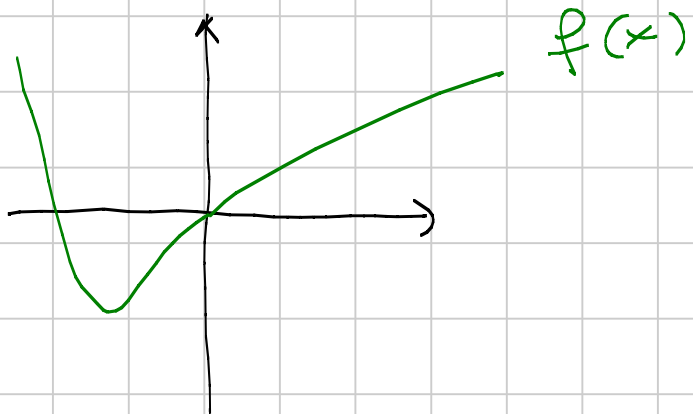
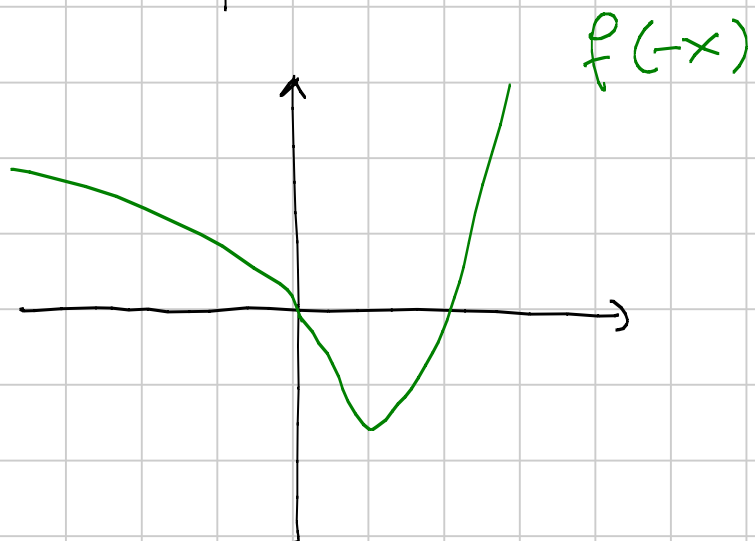
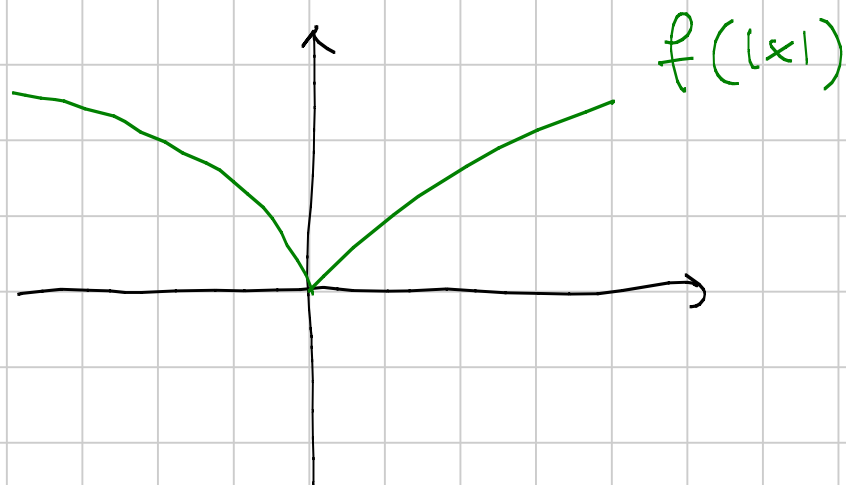
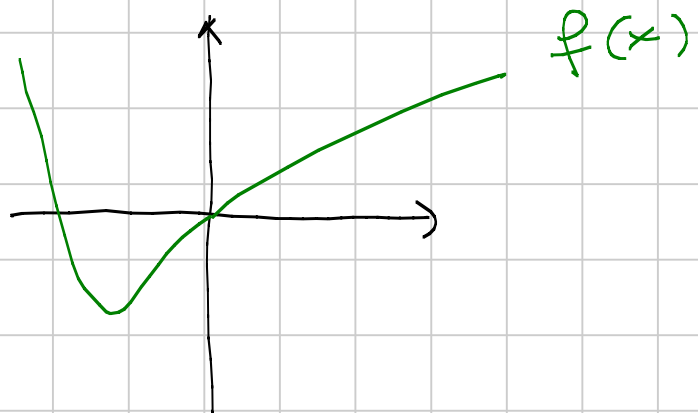
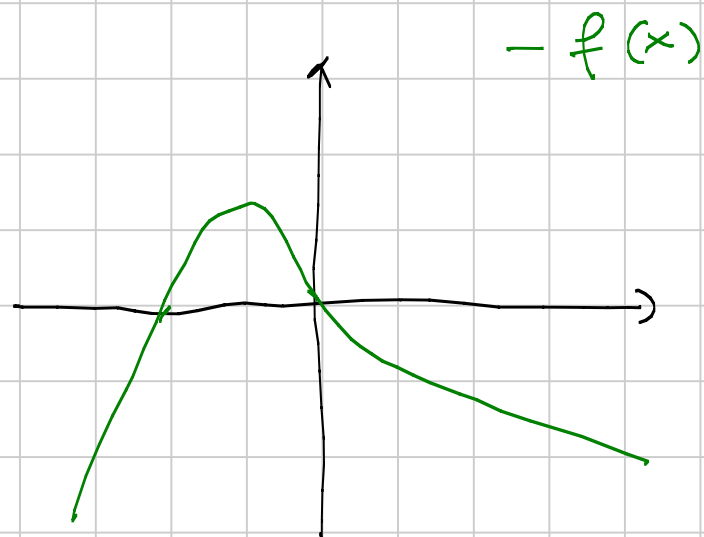


Operazioni sui grafici





$f(|x|)$ è una funzione PARI
 $f(|x|) = f(|-x|)$



$$f(x) \rightsquigarrow -f(x)$$

simmetria risp. asse x

$$f(x) \rightsquigarrow f(-x)$$

" " " y

$$f(x) \rightsquigarrow f(x) + a$$

traslazione in verticale

$$f(x) \rightsquigarrow f(x+a)$$

traslazione orizzontale
(a sx se $a > 0$, a dx se $a < 0$)

$$f(x) \rightsquigarrow |f(x)|$$

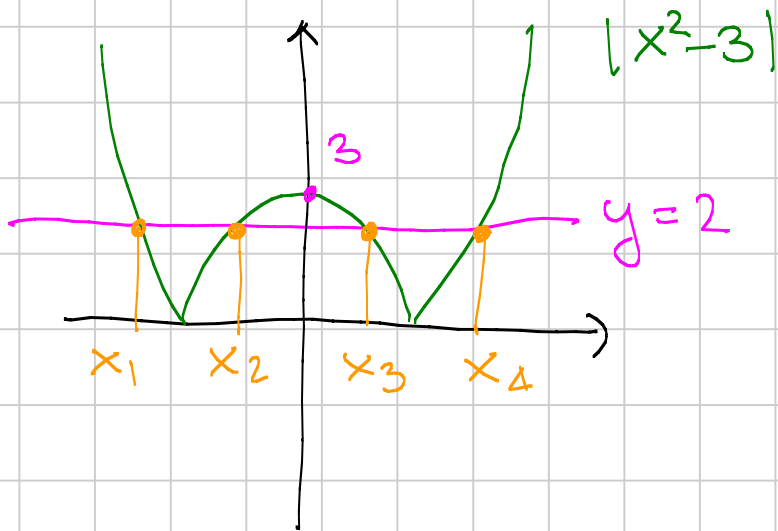
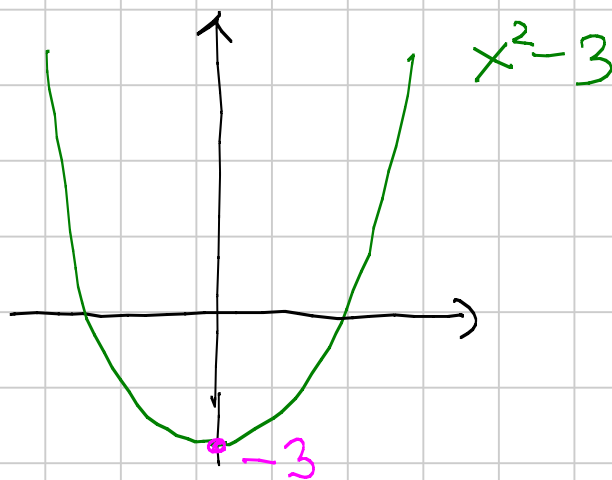
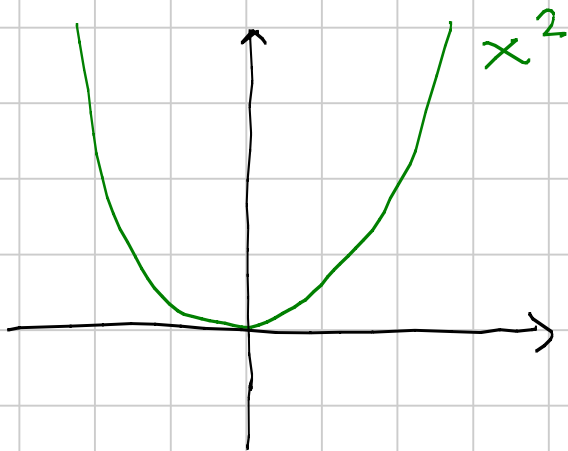
Quello che c'è nel I e II
quadrante resta inalterato,
il resto si ribalta

$$f(x) \rightsquigarrow f(|x|)$$

La parte con $x > 0$ (I e IV quadr.)
resta inalterata e
si ribalta sugli $x < 0$
(diventa una funzione pari)

Esempio 1 Risolvere l'equazione $|x^2-3|=2$

Occorre disegnare il grafico di $f(x) = |x^2-3|$

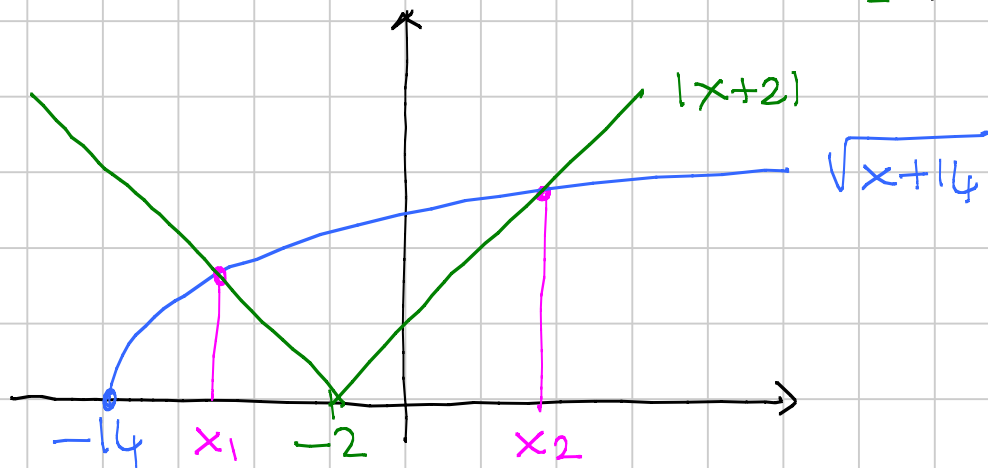
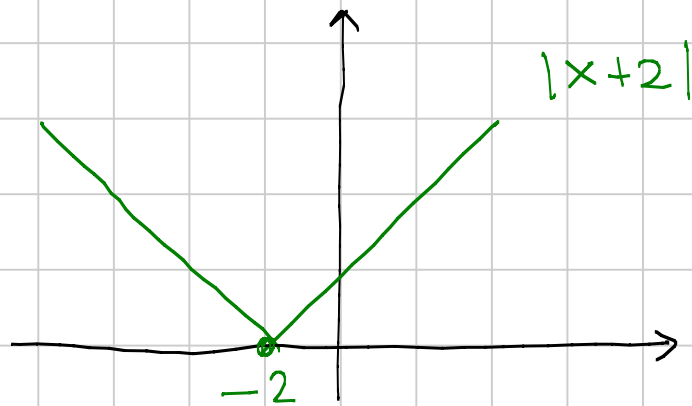
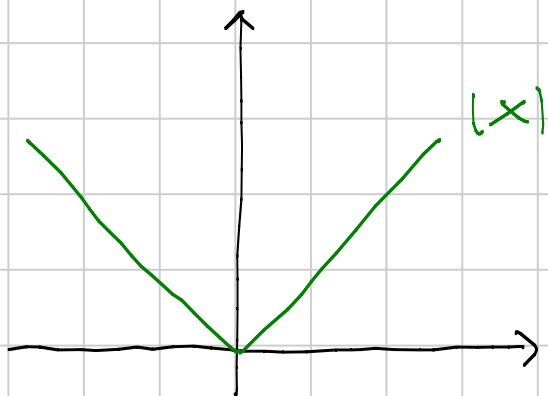
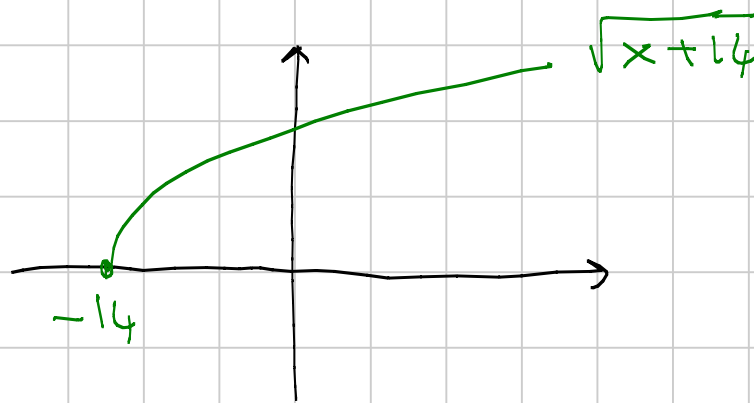
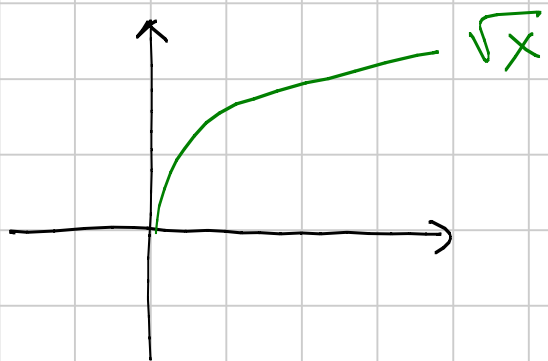


L'eq. $|x^2-3|=2$ ha 4 soluz.

L'eq. $|x^2-3|=\lambda$ ha

- 0 sol. se $\lambda < 0$
- 2 sol. se $\lambda = 0$
- 4 sol. se $0 < \lambda < 3$
- 3 sol. se $\lambda = 3$
- 2 sol. se $\lambda > 3$

Esempio 2 $\sqrt{x+14} = |x+2|$



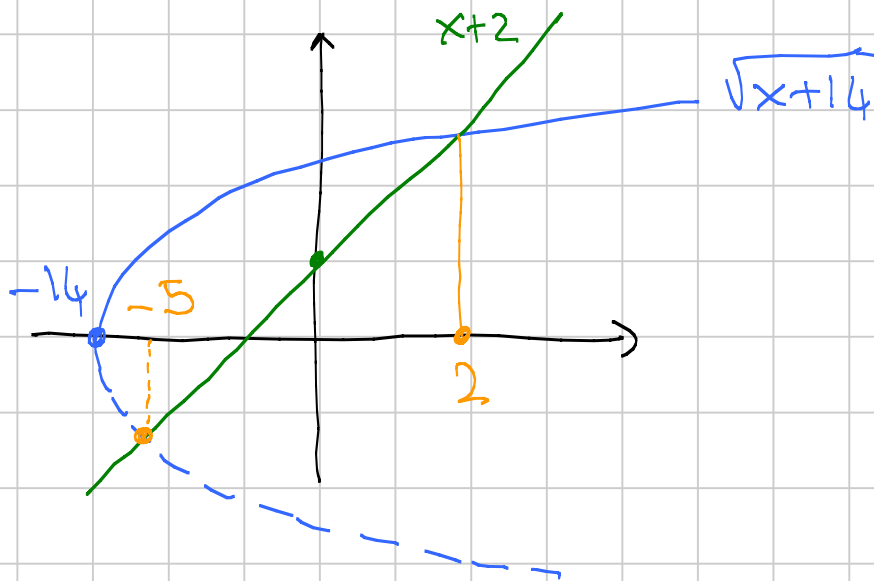
Ci aspettiamo 2 soluzioni

Per trovarle procedere algebricamente

Esempio 3

$$\sqrt{x+14} = x+2$$

Mi aspetto una soluzione,
Se faccio il quadrato



$$x+14 = (x+2)^2$$

$$x+14 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} 2 & \rightarrow \text{OK} \\ -5 & \rightarrow \text{NO} \end{cases}$$

Trovare l'intersezione con la funzione tratteggiata
equivale a risolvere

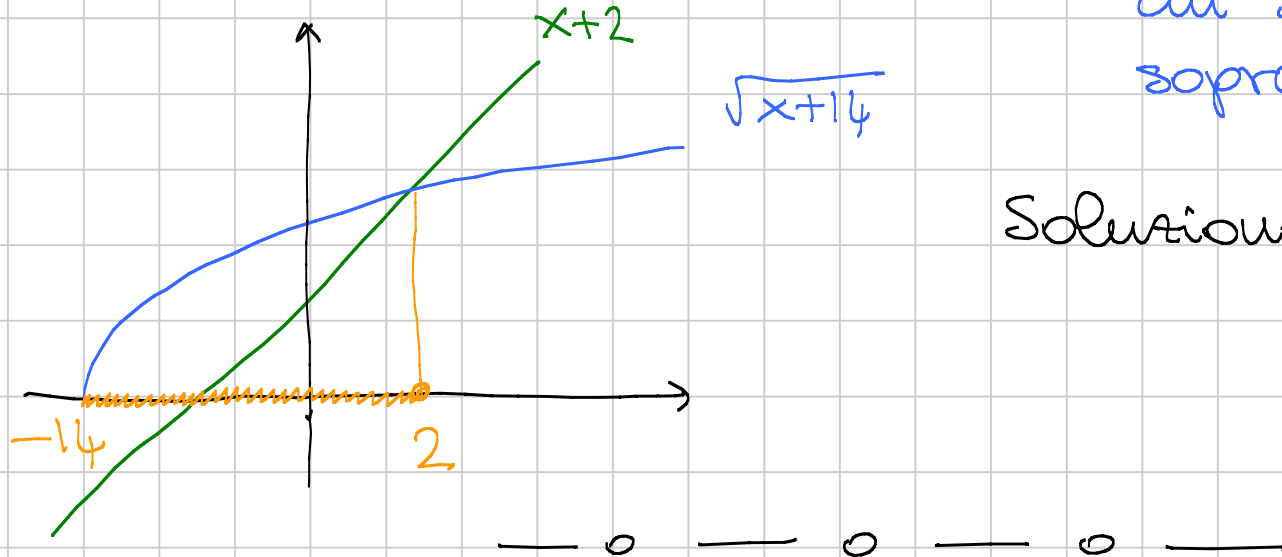
$$-\sqrt{x+14} = x+2$$

Una volta fatti i quadrati ottengo la stessa eq. di prima

Esempio 4

$$\sqrt{x+14} > x+2$$

"cercare i punti x per cui la radice sta sopra la retta"



Soluzioni: $[-14, 2)$

$$3^{x+4} = 3^{2x+5} \rightsquigarrow x+4 = 2x+5$$

SI 3^x è iniettiva

$$\log_3(x+4) = \log_3(2x+5) \rightsquigarrow x+4 = 2x+5$$

NI

$$\cos(x+4) = \cos(2x+5) \rightsquigarrow x+4 = 2x+5$$

NO $\cos x$ non è iniettiva

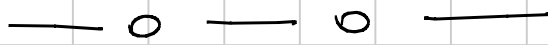
si può fare, ma occorre che $x+4 > 0, 2x+5 > 0$

In generale

$$f(A) = f(B) \Rightarrow A = B$$

ma A e B devono
stare nell'insieme
di partenza di f

← SI se la funzione è iniettiva
NO se non è iniettiva



Con le disequazioni:

$$f(A) > f(B) \Rightarrow A > B$$

SI se f è **strett. crescente**

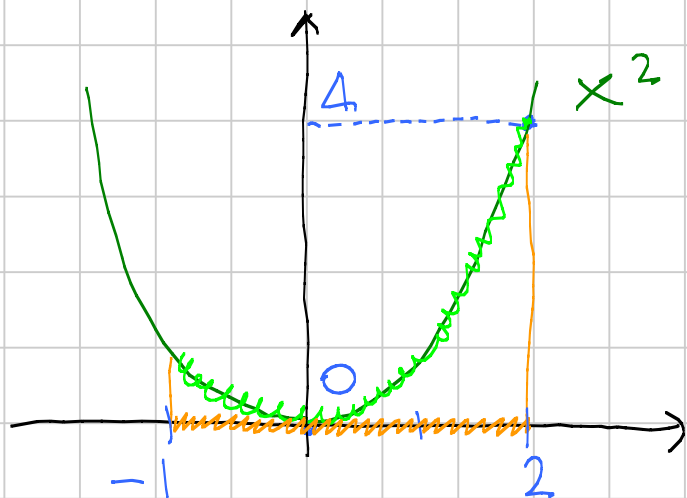
(A e B devono stare
nell'insieme di partenza)

NO altrimenti

Se f è strett. decrescente $f(A) > f(B) \Rightarrow A < B$

Esempio 1 $f(x) = x^2$.

Determinare $f([-1, 2]) =$ immagine di $[-1, 2]$
 $=$ insieme dei valori
assunti da f quando x
varia in $[-1, 2]$



I valori assunti sono $[0, 4]$

Determinare $f^{-1}([1, 2]) =$ controimmagine di $[1, 2] =$
valori di x per cui $f(x) \in [1, 2]$

$$= [-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}]$$

