

Corso di Analisi Matematica 1 – Informazioni

Supporto alla didattica Il corso avrà il supporto di un giovane collaboratore (raggiungibile sul web alla pagina http://for.unipi.it/marco_golla/), al quale gli studenti potranno rivolgersi (in aggiunta al docente titolare) per avere chiarimenti sugli argomenti del corso, sullo svolgimento di esercizi ed anche, se ce ne fosse bisogno, per organizzare lezioni di recupero (ad esempio sulle conoscenze di base date per buone a lezione, o su qualunque argomento rimasto oscuro). Gli studenti interessati sono invitati a contattare docente titolare e collaboratore per concordare le modalità di svolgimento di queste attività di supporto.

Capi Gli studenti sono invitati a nominare subito due *capicorso*, che dovranno fungere da tramite tra il docente e gli altri studenti. Non si tratta di un compito particolarmente oneroso, ma molto importante nell'economia del corso.

Ricevimento studenti L'orario di ricevimento *ordinario* verrà comunicato appena possibile all'inizio di ciascun semestre e sarà valido per le 13 settimane di corso contenute in quel semestre.

Eventuali ricevimenti *straordinari* (durante e dopo il corso) potranno essere concordati su appuntamento.

Esami Gli esami verranno effettuati secondo le modalità spiegate dettagliatamente a parte. *Si raccomanda di non fidarsi di nessuna informazione relativa alle date d'esame (anche se proveniente da fonti ufficiali) se non confermata dal docente, direttamente o tramite la pagina web.* Si raccomanda di prenotarsi agli esami mediante l'apposito sito <http://esami.unipi.it>, che permette anche di essere informati di eventuali variazioni (il sito è in fase sperimentale, quindi all'inizio potrebbero esserci disguidi).

Correzione compiti Durante le 13+13 settimane del corso è possibile consegnare al docente lo svolgimento scritto di esercizi. Se gli elaborati saranno preparati con cura (scrittura leggibile, argomentazioni spiegate bene, un solo esercizio per pagina) verranno corretti (come se si trattasse di un compito d'esame vero e proprio) in un tempo ragionevole e restituiti all'autore. Questa attività permette di avere una valutazione ufficiosa della propria preparazione molto prima che inizi il periodo degli esami.

Ovviamente successi e insuccessi in queste prove non influiranno sul voto finale, il quale dipenderà esclusivamente dalle prove d'esame.

Studenti con OFA Gli studenti gravati di OFA possono (come qualunque altro cittadino) seguire il corso. Tuttavia mi sento di consigliare loro di dare la massima priorità al recupero delle conoscenze di base, senza le quali è sostanzialmente impossibile seguire in maniera efficace un corso di matematica.

Studenti senza OFA È ben noto che i cutoff per il superamento degli OFA sono estremamente bassi. *Questo potrebbe indurre in molti studenti la falsa impressione di avere le conoscenze di base necessarie per seguire il corso.* Si raccomanda quindi di verificare personalmente le proprie conoscenze di base provando ad affrontare gli esercizi contenuti in [1], in modo da potere, se serve, porre rimedio quanto prima. È proprio sulle conoscenze di base che ci si gioca la possibilità di seguire in maniera proficua un corso di matematica.

Forum studenti Dalla pagina web del docente (facilmente raggiungibile cercando “Massimo Gobbino” con qualunque motore di ricerca) si accede ad un Forum destinato a chi segue questo corso e non solo. Quello è il luogo in cui porre tutte le domande, sia su questioni burocratiche sia su questioni matematiche, la cui risposta può interessare più di una persona. Tutti gli studenti sono invitati a registrarsi ed a seguire regolarmente ed attivamente il Forum. Essere attivi vuol dire anche provare a rispondere alle domande che altri pongono, superando la paura di “sparare stupidaggini”. A tutti, in particolare a chi sta imparando qualcosa di nuovo, capita di sparare stupidaggini: si tratta solo di decidere se farlo subito o aspettare il giorno dell’esame . . . Sembrerà strano, ma molti preferiscono la seconda . . .

E-mail Per le questioni generali di cui al punto precedente si raccomanda di *evitare l’uso dell’e-mail*, alla quale probabilmente non si riceverà risposta, un po’ perché ormai le e-mail arrivano a centinaia ogni giorno, un po’ perché è davvero inutile spiegare 10 volte separatamente a 10 persone diverse la stessa cosa, quando si potrebbe spiegarla una volta per tutte sul Forum.

Materiale didattico pensato per il corso Nei limiti del possibile i *video delle lezioni* ed i file pdf con lo *stampato integrale di quanto scritto a lezione* saranno resi disponibili dalla pagina web del docente. Questo rende meno pressante la necessità di essere presenti fisicamente a lezione.

Nei limiti del possibile, durante il corso potrebbe formarsi pian piano una raccolta di esercizi, anche questa scaricabile dalla pagina web del docente.

Libri di testo Gli argomenti del corso riguardano conoscenze matematiche stabilizzate da secoli. Per questo motivo qualunque libro sul quale ci si trovi bene è adeguato, ed in tal senso fare un salto in biblioteca potrebbe essere utile. È comunque estremamente importante affiancare allo studio della teoria lo svolgimento di un numero congruo di esercizi.

Testi consigliati I video e gli stampati delle lezioni messi a disposizione in internet, uniti agli eventuali esercizi forniti, dovrebbero essere più che sufficienti per raggiungere un’adeguata preparazione in questa materia.

Fermo restando che, come già detto, qualunque testo sul quale ci si trovi bene è adeguato, si segnalano anche i seguenti libri.

[1] M. Ghisi, M. Gobbino; *Esercizi per i precorsi di Matematica*; Esculapio.

Utile per la verifica e l’approfondimento delle conoscenze di base che vengono date per buone nel corso di Analisi Matematica 1, e che dovrebbero essere state acquisite alla scuola superiore.

[2] E. Acerbi, G. Buttazzo; *Primo corso di Analisi Matematica*; Pitagora Editrice.

Testo standard di teoria.

[3] P. Marcellini, C. Sbordone; *Analisi Matematica uno*; Liguori Editore.

Testo standard di teoria.

[4] M. Ghisi, M. Gobbino; *Schede di Analisi Matematica*; Esculapio.

Queste schede sono un riassunto schematico della teoria e coprono il programma degli attuali corsi di Analisi 1 ed Analisi 2 a ingegneria. Per il corso di laurea in matematica ci sono parti da integrare.

[5] M. Ghisi, M. Gobbino; *Test d'esame di Analisi Matematica*; Esculapio.

Test a risposta chiusa sugli aspetti basilari della materia. Il livello è basic, dunque servono per verificare la prima fase della preparazione.

[6] M. Ghisi, M. Gobbino; *Scritti d'esame di Analisi Matematica*; Esculapio.

Raccolta di scritti d'esame su tutto il programma, pensati per corsi di servizio. Il livello è medio: si consiglia di lavorare su questi testi al termine della preparazione (o per lo meno di affrontare gli esercizi su un argomento solo dopo aver completato la preparazione su quell'argomento).

[7] E. Acerbi, L. Modica, S. Spagnolo; *Problemi scelti di Analisi Matematica I*; Liguori Editore.

Questa è una raccolta di temi d'esame su tutto il programma. Il livello è elevato, dunque è assurdo e controproducente lavorare su questi prima di aver completato la preparazione.

Pirateria È ben noto che alcune copisterie vendono versioni fotocopiate di questi (e di altri) testi. Certamente la qualità non è la stessa rispetto alle versioni ufficiali, anzi talvolta mancano delle pagine e le fotocopie si riferiscono a versioni vecchie di anni non più aggiornate. Ma, più importante, **si tratta di vendita illegale di materiale contraffatto, in barba a tutte le leggi che dovrebbero tutelare il lavoro di chi quel materiale lo ha prodotto.**

Corso di Analisi Matematica I – A.A. 2014/2015

Programma previsto per argomenti

Prerequisiti

- Tutto il precorso, in particolare polinomi, manipolazione di espressioni algebriche, potenze e logaritmi, geometria analitica, trigonometria, risoluzione di equazioni e disequazioni.

Preliminari

- Logica elementare. Proposizioni, predicati, quantificatori. Implicazioni e dimostrazioni per assurdo. Negazione di una proposizione.
- Insiemi. Operazioni tra insiemi. Prodotto cartesiano. Insieme delle parti.
- Principio di induzione. Fattoriale, coefficienti binomiali, binomio di Newton.
- Insiemi numerici: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} .
- Funzioni tra insiemi e loro grafico. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive, invertibili. Funzione inversa. Immagine e controimmagine.
- Funzioni e funzioni inverse elementari (valore assoluto, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e loro inverse). Funzioni iperboliche e loro inverse.
- Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone.
- Operazioni sui grafici di funzioni reali. Equazioni, disequazioni e loro interpretazione grafica.
- Proprietà dei numeri reali. Assioma di continuità.
- Insiemi limitati inferiormente, limitati superiormente, limitati. Massimo e minimo. Maggioranti e minoranti. Estremo inferiore e superiore.

Limiti

- Limite di una successione di numeri reali.
- Teorema di unicità del limite. Teorema di permanenza del segno.
- Teorema del confronto. Teorema dei carabinieri.
- Teoremi algebrici sui limiti. Forme indeterminate.
- Criteri della radice e del rapporto per i limiti. Criterio rapporto \rightarrow radice.

- Successioni monotone. Esistenza del limite delle successioni monotone. Successioni limitate. Il numero ϵ .
- Sottosuccessioni. Relazioni tra il limite di una successione e delle sue sottosuccessioni. Uso di sottosuccessioni per mostrare che un certo limite non esiste.
- Definizione di limite di una funzione. Teoremi algebrici e di confronto per i limiti di funzione.
- Limiti notevoli di funzioni.
- Cambio di variabile nei limiti.
- Legami tra limiti di funzioni e limiti di successioni.
- Linguaggio degli infinitesimi: o piccolo, O grande, equivalenza asintotica.
- Utilizzo del teorema di de l'Hôpital per il calcolo dei limiti.
- Utilizzo della formula di Taylor per il calcolo dei limiti.
- Successioni per ricorrenza, autonome e non autonome.
- Liminf, limsup, maxlim, minlim per successioni e funzioni. Rivisitazione in termini di liminf e limsup dei principali teoremi sui limiti di successioni e funzioni.
- Successioni di Cauchy e completezza dei numeri reali.

Continuità per funzioni di una variabile

- Insiemi aperti, insiemi chiusi, frontiera, punti di accumulazione.
- Definizione di funzione continua in un punto ed in un insieme.
- Continuità delle funzioni elementari.
- Teoremi algebrici sulle funzioni continue. Continuità della composizione e dell'inversa.
- Teorema di esistenza degli zeri e dei valori intermedi.
- Funzioni semicontinue inferiormente e superiormente.
- Massimo e minimo di una funzione su un insieme. Punti di massimo e punti di minimo.
- Compattezza per sottoinsiemi della retta (equivalenza tra varie definizioni).
- Teorema di Weierstrass e sue varianti.
- Funzioni uniformemente continue e loro proprietà. Moduli di continuità.
- Teoremi sulle funzioni uniformemente continue: teorema di Heine-Cantor e di estensione.
- Funzioni Lipschitziane ed Hölderiane.

Calcolo differenziale in una variabile

- Definizione di derivata e differenziale di una funzione in un punto. Equivalenza tra le due definizioni. Interpretazione geometrica del rapporto incrementale, della derivata e del differenziale.
- Teoremi algebrici sulle derivate. Calcolo della derivata delle funzioni elementari.
- Legami tra continuità e derivabilità in un punto.
- Derivata della funzione inversa. Calcolo della derivata delle funzioni inverse elementari.
- Derivate di ordine superiore al primo.
- Relazioni tra segno della derivata prima e monotonia.
- Funzioni convesse e concave. Relazioni tra segno della derivata seconda e convessità.
- Teoremi sulle funzioni derivabili: Rolle, Cauchy, Lagrange.
- Teorema di de l'Hopital. Equivalenti del teorema di de l'Hopital per le successioni.
- Formula di Taylor con resto di Peano e con resto di Lagrange.
- Studio di funzione locale e globale, e relative applicazioni.

Calcolo integrale in una variabile

- Integrale di Riemann per funzioni di una variabile limitate su intervalli limitati. Significato geometrico. Partizioni di un intervallo, integrale inferiore e superiore.
- Integrabilità delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale.
- Funzione integrale. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive di una funzione continua. Utilizzo di una primitiva per il calcolo di integrali definiti. Primitive delle funzioni elementari.
- Formula di integrazione per parti. Formula di integrazione per sostituzione.
- Integrazione delle funzioni razionali. Sostituzioni razionalizzanti. Accenno all'interpretazione geometrica delle sostituzioni razionalizzanti.
- Integrali impropri: definizione nei due casi di dominio di integrazione non limitato oppure integranda non limitata.
- Criterio del confronto e del confronto asintotico per integrali impropri con integranda a segno costante. Criterio dell'assoluta convergenza per integrali impropri con integranda a segno variabile.
- Criterio del confronto serie-integrali e sua giustificazione geometrica.
- Integrali oscillanti e serie numeriche che si trattano allo stesso modo.

Serie

- Definizione di serie come limite delle somme parziali.
- Condizione necessaria per la convergenza di una serie.
- Criterio di condensazione.
- Serie geometrica, serie armonica generalizzata, serie telescopiche.
- Serie a termini positivi: criterio della radice, del rapporto, del confronto, del confronto asintotico. Casi limite nel confronto asintotico.
- Criterio di Leibnitz (serie a segno alterno).
- Serie assolutamente convergenti e relative proprietà (riordinamento, raggruppamento).
- Prodotto di serie.

Equazioni differenziali

- Terminologia: ordine di un'equazione, equazioni in forma normale e/o autonome.
- Problema di Cauchy per un'equazione di ordine n . Teorema di esistenza e unicità. Intervallo massimale di esistenza, tempo di vita, blow-up, break-down.
- Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili.
- Equazioni differenziali lineari del primo ordine.
- Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti di ordine arbitrario omogenee.
- Equazioni lineari a coefficienti costanti non omogenee. Ricerca euristica di una soluzione “per tentativi”. Metodo di variazione delle costanti.