Metodi Matematici e Statistici
Modulo di Statistica, Ing. Gestionale
Esercitazione del 24 Maggio 2007

Versione 1

Esercizio 1. La ricercatrice Erica, lavora nel settore delle nanotecnologie. Per produrre nanoparticelle utilizza una procedura standard che ha una resa media di 0.8 con deviazione standard di 0.03. Supponendo tale distribuzione gaussiana:

a) Calcolare la probabilità che in un generico esperimento ottenga una resa minore di 0.75.

b) Per migliorare la resa Erica mette a punto una nuova procedura di preparazione delle nanoparticelle. E' sicura che la nuova procedura *non può peggiorare* la resa media. Effettua 5 prove con la nuova procedura dalle quali ottiene una resa media di 0.84. Indicare con una confidenza del 95%, se vi è stato un *miglioramento* della resa media.

c) Calcolare la potenza del test qualora la resa della nuova procedura avesse una distribuzione normale di media 0.85 e deviazione standard 0.03.

Esercizio 2. i) Date X, Y, Z gaussiane canoniche indipendenti, calcolare

$$P(|X| > 3) \quad \text{oppure} \quad P(1 < X - Z + 2Y < 2)$$

ii) Volendo stimare la media di una gaussiana di varianza 5, al 95% e con precisione pari a 2, che numerosità serve?

iii) Stimare al 95% il parametro p di una $B(n,p)$ avendo trovato, in un campione di numerosità 20, il valore $\bar{x} = \frac{9}{20}$. Risolvere l'esercizio per n generico se si riesce, altrimenti per $n = 1$.

Soluzioni

Es. 1.a:

$$P(X < a) = \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(-\frac{a-\mu}{\sigma}\right) = \ldots$$

(Valeria 0.1587, Erica 0.0485, Francesca 0.0668, Beatrice 0.023).

Es. 1.b: test unilatero $z > q_{1-\alpha}$ (risulta significativo nei 4 casi).

Es. 1.c: potenza del test unilatero:

$$1 - \beta = 1 - \Phi\left(q_{1-\alpha} - \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}\right) = \ldots$$

(0.99, 0.98, 0.99, 0.88).

Es. 2.i:

$$\begin{aligned} P(|X| > d) &= P(X > d) + P(X < -d) = 2P(X < -d) \\ &= 2\Phi(-d) = 2(1 - \Phi(d)) = \ldots \end{aligned}$$

Es. 2.ii: si deve trovare il più piccolo numero *intero* tale che

$$\frac{\sigma q_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \leq \delta$$

con α e δ assegnati.

Es. 2.ii: detta N la numerosità campionaria (che varia da compito a compito) ed n il parametro della binomiale, per il TLC vale

$$np = \mu = \bar{x} \pm \frac{\sqrt{np(1-p)}\, q_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{N}}$$

a livello approssimativamente $1-\alpha$ (non confondere n con N!), da cui

$$p = \frac{\bar{x}}{n} \pm \frac{\sqrt{np(1-p)}\, q_{1-\frac{\alpha}{2}}}{n\sqrt{N}}.$$

Poi si può o sostituire

$$\sqrt{np(1-p)} \sim \sqrt{n\frac{\bar{x}}{n}\left(1-\frac{\bar{x}}{n}\right)}$$

oppure tentare di risolvere in p le disuguaglianze dell’intervallo di confidenza.