1. **EQUAZIONE DIFFERENZIALE NON LINEARE**

Caso deterministico

N=30000; dt=0.01; sig=0

X=1:N

tempo= c(0,N\*dt); soluzione= c(-2,2)

plot(tempo,soluzione,type= "n")

lines(c(0,N\*dt),c(0,0))

lines(c(0,N\*dt),c(-1,-1))

lines(c(0,N\*dt),c(1,1))

X[1]=1.5

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*(X[i]-X[i]^3)+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

lines(X,col="red")

X[1]=0.5

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*(X[i]-X[i]^3)+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

lines(X,col="red")

X[1]=-0.5

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*(X[i]-X[i]^3)+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

lines(X,col="red")

X[1]=-1.5

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*(X[i]-X[i]^3)+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

lines(X,col="red")

Con rumore

N=300000; dt=0.01; sig=0.5

X=1:N

tempo= c(0,N\*dt); soluzione= c(-2,2)

plot(tempo,soluzione,type= "n")

lines(c(0,N\*dt),c(0,0))

lines(c(0,N\*dt),c(-1,-1))

lines(c(0,N\*dt),c(1,1))

X[1]=1.5

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*(X[i]-X[i]^3)+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

lines(X,col="red")

N=1000000; dt=0.01; sig=0.4

X=1:N

tempo= c(0,N\*dt); soluzione= c(-2,2)

plot(tempo,soluzione,type= "n")

lines(c(0,N\*dt),c(0,0))

lines(c(0,N\*dt),c(-1,-1))

lines(c(0,N\*dt),c(1,1))

X[1]=1.5

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*(X[i]-X[i]^3)+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

lines(X,col="red")

1. **DINAMICA NEWTONIANA**

Potenziale U(x)= x^2/2 (oscillatore armonico)

Caso deterministico

N=100000; dt=0.0001; sig=0.0

X=1:N; V=X

posizione=c(-2,2); velocità=c(-2,2)

plot(posizione,velocità,type="n")

lines(c(-2,2),c(0,0))

lines(c(0,0),c(-2,2))

X[1]=1; V[1]=0

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*V[i]

V[i+1]=V[i]+dt\*(-X[i])+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

lines(X[i:(i+1)],V[i:(i+1)])

}

Nota: il cerchio si chiude perché il passo dt è molto piccolo. Con dt troppo rozzo (es. 0.01) si vede una spirale divergente. Per rimediare alla spirale si può usare il metodo di Heun, invece che Eulero (entrambi espliciti).

Caso stocastico

N=500000; dt=0.0001; sig=0.2

X=1:N; V=X

posizione=c(-2,2); velocità=c(-2,2)

plot(posizione,velocità,type="n")

lines(c(-2,2),c(0,0))

lines(c(0,0),c(-2,2))

x=seq(-1,1,0.01)

lines(x,sqrt(1-x^2))

lines(x,-sqrt(1-x^2))

X[1]=1; V[1]=0

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*V[i]

V[i+1]=V[i]+dt\*(-X[i])+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

lines(X[i:(i+1)],V[i:(i+1)],col="red")

}

Si osserva una certa prevalenza ad aumentare l’energia.

La seguente parte di codice non è stata illustrata in dettaglio nel corso ed ha come scopo l’evoluzione simultanea di varie realizzazioni, per apprezzare in media cosa può accadere:

N=40000; dt=0.0001; sig=0.2

Nprove=30

XX=1:Nprove; VV=1:Nprove

X=1:N; V=X

plot(c(-2,2),c(-2,2))

lines(c(-2,2),c(0,0))

lines(c(0,0),c(-2,2))

x=seq(-1,1,0.01)

lines(x,sqrt(1-x^2))

lines(x,-sqrt(1-x^2))

for (j in 1:Nprove) {

X[1]=1; V[1]=0

for (i in 1:(N-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*V[i]

V[i+1]=V[i]+dt\*(-X[i])+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

XX[j]=X[N]; VV[j]=V[N]

lines(XX[j],VV[j],type="p")

}