1. **PDF TRAMITE MONTE CARLO**

Esempio lineare (N è il numero di prove Monte Carlo, N.time il numero di passi temporali di Eulero esplicito; X.T il valore della soluzione al tempo T prescelto):

T=1; dt=0.01; sig=0.2

N.time=T/dt; N=10000

X.T=1:N

X=1:N.time

X[1]=1

for (j in 1:N) {

for (i in 1:(N.time-1)) {

X[i+1]=X[i]-dt\*X[i]+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

X.T[j]=X[N.time]

}

hist(X.T,20)

Probabilità di superare la soglia 0.367:

mean((sign(X.T-0.367)+1)/2)

Nota: ricordiamo che si chiama funzione di Heaviside la funzione H(x) che vale 1 per x>0, 0 per x<0 (non dettagliamo qui e nel seguito la scelta per il valore in x=0, irrilevanti per scopi numerici). Un modo di calcolarla con R è usare

(sign(x)+1)/2

(si verifichi che fornisce gli stessi vallri di H(x)). Traslando, cioè considerando

(sign(x-lambda)+1)/2

Si ottiene la funzione che vale 1 per x>lambda, zero per x<lambda. Da questo deriva la formula (sign(X.T-0.367)+1)/2. Facendo poi mean, si ottiene il numero di prove in cui è venuto un valore superiore a lambda.

Esempio nonlineare:

T=100; dt=0.01; sig=0.4

N.time=T/dt; N=1000

X.T=1:N

X=1:N.time

X[1]=2

for (j in 1:N) {

for (i in 1:(N.time-1)) {

X[i+1]=X[i]+dt\*(X[i]-X[i]^3)+sig\*sqrt(dt)\*rnorm(1)

}

X.T[j]=X[N]

}

hist(X.T,20)

Probabilità di essere >0

mean((sign(X.T)+1)/2)