

## Metodi Matematici e Statistici

Ing. Gestionale, scritto del 2/2/07

**Esercizio 1.** Il 30% dei negozi di generi alimentari si rifornisce della marca M, il restante 70% della marca N. Chi si rifornisce di M, vende tutto nel 50% dei casi, mentre che si rifornisce di N solo nel 30% dei casi.

a1) Che percentuale di negozi riesce a vendere tutto?

a2) In una città ci sono 5 negozi (indipendenti). Che probabilità c'è che vendano tutti tutto?

b) In una regione ci sono 100 negozi. Che probabilità c'è che almeno 40 di essi vendano tutto?

**Esercizio 2.** Sia  $X$  una v.a. gaussiana di media 1.

a) Supponiamo che  $E[X - X^2] = -3$ . Quanto vale la deviazione standard?

b) Se  $Y$  è distribuita come  $X$  ma indipendente da  $X$ , che v.a. è  $X - Y$ ? Calcolare  $E[e^{X-Y}]$ .

**Esercizio 3.** Viene aperto un nuovo servizio di trasporto. Per 20 giorni di lavoro vengono registrate le richieste di trasporto.

a) Da tali registrazioni risulta un numero medio di richieste pari a 45 con deviazione 15. Che precisione ha tale stima del numero medio di richieste, a livello di confidenza 90%?

b) Quante richieste deve essere in grado di soddisfare il servizio, per garantire il servizio a tutti i richiedenti 95 giorni su 100?

## 1 Cenno delle soluzioni

1.a)

$$P(VT) = P(VT|M)P(M) + P(VT|N)P(N) = 0.5 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.7 = 0.36$$

$$P(5VT) = P(VT)^5 = 6.0466 \times 10^{-3}.$$

1.b) A ciascuno dei 100 negozi associamo una v.a. di Bernoulli  $X_i$  che vale 1 se il negozio vende tutto, quindi con probabilità 0.36. A stretto rigore, essendo il numero di negozi che vende tutto pari a  $X_1 + \dots + X_{100}$  che è  $B(100, 0.36)$ , vale

$$P(X_1 + \dots + X_{100} \geq 40) = \sum_{k=40}^{100} \binom{100}{k} 0.36^k 0.64^{100-k}$$

ma questa espressione non è facilmente calcolabile. Per il teorema limite centrale, vale però

$$P(X_1 + \dots + X_{100} \geq 40) = P\left(\frac{X_1 + \dots + X_{100} - 100 \cdot 0.36}{10\sqrt{0.36 \cdot 0.64}} \geq \frac{40 - 100 \cdot 0.36}{10\sqrt{0.36 \cdot 0.64}}\right) \\ \sim 1 - \Phi\left(\frac{40 - 100 \cdot 0.36}{10\sqrt{0.36 \cdot 0.64}}\right)$$

ecc.

2.a)

$$-3 = 1 - E[X^2] = 1 - (\sigma^2 + 1) = -\sigma^2 \\ \sigma^2 = 3, \quad \sigma = \sqrt{3}.$$

2.b)  $X - Y$  è gaussiana, di media 0, di varianza  $2\sigma^2 = 6$ .  $E[e^{X-Y}]$  a questo punto si calcola con la funzione generatrice dei momenti di  $X - Y$ .

3.a) La precisione è il  $\delta$  dell'intervallo di confidenza bilatero al 90%.

3.b)

$$45 + 15 \cdot q_{0.95}.$$