

Metodi Matematici e Statistici

Ing. Gestionale, scritto del 2/2/07

Esercizio 1. Il 30% dei negozi di generi alimentari si rifornisce della marca M, il restante 70% della marca N. Chi si rifornisce di M, vende tutto nel 50% dei casi, mentre che si rifornisce di N solo nel 30% dei casi.

a1) Che percentuale di negozi riesce a vendere tutto?

a2) In una città ci sono 5 negozi (indipendenti). Che probabilità c'è che vendano tutti tutto?

b) In una regione ci sono 100 negozi. Che probabilità c'è che almeno 40 di essi vendano tutto?

Esercizio 2. Sia X una v.a. gaussiana di media 1.

a) Supponiamo che $E[X - X^2] = -3$. Quanto vale la deviazione standard?

b) Se Y è distribuita come X ma indipendente da X , che v.a. è $X - Y$? Calcolare $E[e^{X-Y}]$.

Esercizio 3. Viene aperto un nuovo servizio di trasporto. Per 20 giorni di lavoro vengono registrate le richieste di trasporto.

a) Da tali registrazioni risulta un numero medio di richieste pari a 45 con deviazione 15. Che precisione ha tale stima del numero medio di richieste, a livello di confidenza 90%?

b) Quante richieste deve essere in grado di soddisfare il servizio, per garantire il servizio a tutti i richiedenti 95 giorni su 100?

1 Cenno delle soluzioni

1.a)

$$P(VT) = P(VT|M)P(M) + P(VT|N)P(N) = 0.5 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.7 = 0.36$$

$$P(5VT) = P(VT)^5 = 6.0466 \times 10^{-3}.$$

1.b) A ciascuno dei 100 negozi associamo una v.a. di Bernoulli X_i che vale 1 se il negozio vende tutto, quindi con probabilità 0.36. A stretto rigore, essendo il numero di negozi che vende tutto pari a $X_1 + \dots + X_{100}$ che è $B(100, 0.36)$, vale

$$P(X_1 + \dots + X_{100} \geq 40) = \sum_{k=40}^{100} \binom{100}{k} 0.36^k 0.64^{100-k}$$

ma questa espressione non è facilmente calcolabile. Per il teorema limite centrale, vale però

$$P(X_1 + \dots + X_{100} \geq 40) = P\left(\frac{X_1 + \dots + X_{100} - 100 \cdot 0.36}{10\sqrt{0.36 \cdot 0.64}} \geq \frac{40 - 100 \cdot 0.36}{10\sqrt{0.36 \cdot 0.64}}\right) \\ \sim 1 - \Phi\left(\frac{40 - 100 \cdot 0.36}{10\sqrt{0.36 \cdot 0.64}}\right)$$

ecc.

2.a)

$$-3 = 1 - E[X^2] = 1 - (\sigma^2 + 1) = -\sigma^2 \\ \sigma^2 = 3, \quad \sigma = \sqrt{3}.$$

2.b) $X - Y$ è gaussiana, di media 0, di varianza $2\sigma^2 = 6$. $E[e^{X-Y}]$ a questo punto si calcola con la funzione generatrice dei momenti di $X - Y$.

3.a) La precisione è il δ dell'intervallo di confidenza bilatero al 90%.

3.b)

$$45 + 15 \cdot q_{0.95}.$$