Metodi Matematici e Statistici
Modulo di Statistica, Ing. Gestionale
10 Gennaio 2007

Esercizio 1. Da alcune statistiche si rileva che il 30% degli acquirenti di una certo prodotto compra per fare un regalo, il 70% per uso personale. Di quelli che comprano per regali, il 60% sceglie un modello particolarmente curato esteticamente, anche se più costoso; il restante 40% sceglie il modello più economico. Viceversa, di quelli che comprano per uso personale, solo il 30% sceglie il modello molto curato esteticamente.

a) Supponiamo che i pezzi del modello curato costino 50 Euro ciascuno, gli altri 30 Euro. Se in tutto vengono venduti 100 pezzi, che guadagno ci sia aspetta?

Se non si riesce a rispondere a questa domanda, si risolva almeno la seguente: calcolare la probabilità di vendere il modello esteticamente più bello.

b) Si consideri un insieme di 10 clienti; calcolare la probabilità che tra essi comprino per regalo al massimo due persone.

Soluzione. a) prima si calcola la probabilità di vendere il modello esteticamente più bello (con la fattorizzazione), che risulta 0.39; il guadagno è $39 \cdot 50 + 61 \cdot 30 = 3780$ euro.

b) Il numero N di persone che compra per regalo è una $B(10, 0.3)$, quindi si deve calcolare

$$P(N \leq 2) = \sum_{k=0}^{2} \binom{10}{k} 0.3^k 0.7^{10-k} = 0.382\,78.$$

Esercizio 2. Date $X, Y \sim N(5, 4)$, $Z \sim B(1, 0.2)$, X, Y, Z indipendenti, calcolare:

a) $E[X + 2Y]$, $Var[X + 2Y]$, $E\left[e^{X+2Y}\right]$

b) $P(X > 4)$, $P(X - 5 < Z)$.

Soluzione. a) $E[X + 2Y] = ... = 15$, $Var[X + 2Y] = ... = 20$,

$$E\left[e^{X+2Y}\right] = E\left[e^X\right] E\left[e^{2Y}\right] = \left[e^{5t+\frac{4t^2}{2}}\right]_{t=1} \left[e^{5t+\frac{4t^2}{2}}\right]_{t=2} = ...$$

b)

$$P(X > 4) = 1 - \Phi\left(\frac{4-5}{2}\right) = 0.6915$$

$$\begin{aligned} P(X-5<Z) &= P(X-5<Z|Z=0)\,P(Z=0)+P(X-5<Z|Z=1)\,P(Z=1) \\ &= P(X-5<0)\cdot 0.8+P(X-5<1)\cdot 0.2 \\ &= P(X<5)\cdot 0.8+P(X<6)\cdot 0.2=... \end{aligned}$$

Esercizio 3. Descriviamo il numero di persone che visitano una certa mostra in una giornata con una gaussiana, di cui non conosciamo media μ e deviazione standard σ.

a) Da alcune prime indagini si accetta come ipotesi $\sigma = 100$. Per stimare μ si decide di registrare la quantità di visitatori per un certo numero di giorni. Quanti giorni sono necessari per avere una stima al 90% con un errore di 50 persone al massimo?

b) Supponiamo che il valore stimato di μ sia 1000. Supponiamo che in media un visitatore su cinque compri il catalogo. Qanti cataloghi bisogna avere a disposizione in un giorno per soddisfare tutte le richieste con probabilità 0.95?

Soluzione. a) $n \geq \left(\frac{100\cdot 1.65}{50}\right)^2$,...

b) Detto X il numero di visitatori, $X \sim N(1000, 100^2)$. Quindi la soluzione λ dell'equazione

$$P(X \leq \lambda) = 0.95$$

è

$$\lambda = \mu + \sigma q_{0.95} = 1000 + 1.65 \cdot 100 = 1165.$$

Detto in parole povere, probabilità 0.95 i visitatori non superano le 1165 unità, quindi le richieste di catalogo non superano le 1165/5=233 unità. Bisogna avere a disposizione 233 cataloghi.