Analisi Matematica II - Ing. Aerospaziale - Compito del 28 gennaio 2003

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Data la funzione definita (dove è possibile) da $f(x,y) = 4\ln(1+x^2-y^2)-x^4+4y^2$ si trovino tutti i suoi punti critici dicendo per ognuno di essi se sono massimi o minimi relativi (6p):

- Sia data la successione di funzioni $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ definite su $\mathbf{R}$ da $f_n(x) = \arctan(x-n)$. Si trovi il limite puntuale delle f_n: $f(x) =$ ____________. (1 p.) Inoltre si dica se
  $f_n \to f$ uniformemente su $]0,+\infty[$ $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$ (2 p.)
  $f_n \to f$ uniformemente su $]-\infty,0[$ $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$(2 p.)

- Si trovi la soluzione del problema di Cauchy (4 p.):

$$y''' + y = t^3 + 6 \qquad y(0) = 0, y'(0) = y''(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

  $y(x) =$ ______________________

- Si calcoli (4 p.)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(4x)}{x^2+x+1} = \text{______________}$$

- Si trovi (usando le proprietà delle serie di potenze) la somma della serie (3 p.)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} = \text{______________________}$$

- Si trovi lo sviluppo in serie di Fourier $f(x) = \sum_n (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$ dove:

$$f(x) = \begin{cases} 2\pi x - x^2 & \text{se } 0 \le x \le \pi \\ 2\pi x + x^2 & \text{se } -\pi \le x \le 0 \end{cases}$$

  ed f è estesa per periodicità su tutto $\mathbf{R}$. (4 p.)
  $a_n =$ ______________________ , $b_n =$ ______________________

Si calcoli il seguente integrale (7 p.). $\displaystyle\int\int\int_D e^{2x^2+y^2}\ dxdydz$ dove

$$D = \left\{(x, y, z) \mid 3x^2 + y^2 \le z \le 1 + x^2\right\}.$$

SVOLGIMENTO