COGNOME:

NOME:

MATR.:

Ingegneria Aerospaziale. Analisi Matematica 2. Compito del 3 febbraio 2017 - PARTE A[1]

1. Si scriva la definizione di campo conservativo (3p.).

Dato un aperto $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ e un campo $\vec{f} : \Omega \to \mathbb{R}^N$, si dice che "$\vec{f}$ è conservativo" se esiste $F : \Omega \to \mathbb{R}$, di classe $C^1(\Omega)$, tale che $\nabla F = \vec{f}$. Un tale F si dice "potenziale" (o primitiva) di $\vec{f}$

2. Si scriva la definizione di raggio di convergenza per una serie di potenze $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (3p.)

Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ è il numero $R \in [0, +\infty]$ definito da

$$R = 1 / \max\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$$

(con l'ovvia convenzione $1/0 = +\infty$, $1/+\infty = 0$)

3. Si calcoli la lunghezza della curva $\gamma(t) = t(\cos(t)\vec{\mathbf{i}} + \sin(t)\vec{\mathbf{j}})$, $0 \le t \le 2\pi$ (3p.)

Dato che $\gamma(t) = t\cos(t)\vec{i} + t\sin(t)\vec{j} \Rightarrow$

$\gamma'(t) = (\cos(t) - t\sin(t))\vec{i} + (\sin(t) + t\cos(t))\vec{j} \Rightarrow$

[1] PUNTEGGIO MINIMO VotoA$\geq$5p. Voto=VotoA+VotoB ($0 \leq$ Voto ≤ 40) - Lode se Voto≥ 35

$$\|\gamma'(t)\|^2 = \cos^2(t) - 2t\cancel{\cos(t)}\sin(t) + t^2\sin^2(t) + \sin^2(t) + 2t\cancel{\cos(t)}\sin(t) + t^2\cos^2(t)$$

$$= 1 + t^2 \qquad \text{DUNQUE}$$

$$\ell(\gamma) = \int_0^{2\pi} \|\gamma'(t)\|\,dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{1+t^2}\,dt = (t = \sinh(s)) = \int_0^{\operatorname{arcsinh}(2\pi)} \cosh^2(s)\,ds =$$

$$\int_0^{\operatorname{arcsinh}(2\pi)} \frac{\cosh(2s)+1}{2}\,ds = \frac{1}{2}\left[\frac{\sinh(2s)}{2} + s\right]_0^{\operatorname{arcsinh}(2\pi)} = \frac{1}{2}\left[\sinh(s)\cosh(s) + s\right]_0^{\operatorname{arcsinh}(2\pi)} =$$

$$\frac{1}{2}\,2\pi\sqrt{1+4\pi^2} + \frac{1}{2}\operatorname{arcsinh}(2\pi) = \boxed{\pi\sqrt{1+4\pi^2} + \frac{1}{2}\operatorname{arcsinh}(2\pi)}$$

4. Si calcoli $\iint_B \frac{xy}{x^2+y^2}\,dxdy$ dove $B := \{x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ (eventualmente infinito) (3p.) .

coordinate polari: $x = \rho\cos\theta \quad y = \rho\sin\theta \quad dxdy = \rho\,d\rho\,d\theta \quad 0 \leq \theta \leq \pi/2,\ 0 \leq \rho \leq 1$

$$\Rightarrow \int_0^{\pi/2}\left(\int_0^1 \frac{\rho^2\cos\theta\sin\theta}{\rho^2}\,\rho\,d\rho\,d\theta\right) = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \sin(2\theta)\,d\theta \int_0^1 \rho\,d\rho = \frac{1}{4}\left[-\cos(2\theta)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{\rho^2}{2}\right]_0^1$$

$$= \frac{1}{8}(1 + (-1)) = \boxed{\frac{1}{4}}$$

5. Si risponda ai seguenti quesiti barrando la casella corretta (1 punto ciascuno)

(a) Quali delle seguento proprietà **non segue** necessariamente dalla differenziabilità di f in x_0:
[esistono le derivate direzionali di f in x_0], [f è continua in x_0],
[~~f ha derivate parziali continue in x_0~~], [$f'(x_0)(v)$ è lineare in v].

(b) Dati un aperto $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, una funzione $f : \Omega \to \mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^2(\Omega)$ e un punto $x_0 \in \Omega$ di minimo relativo per f, detti λ_i gli autovalori della matrice hessiana di f nel punto $\mathbf{x}_0$, deve necessariamente essere: (n.d.p.="nessuna delle precedenti")

[$\lambda_i > 0$ per ogni i], [~~$\lambda_i \geq 0$ per ogni i~~], [$\lambda_i > 0$ per almeno un i], [$\lambda_i \geq 0$ per almeno un i], [n.d.p.].

(c) La serie di Fourier $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^3+1}$ converge uniformemente in $\mathbb{R}$ [~~VERO~~] [FALSO].

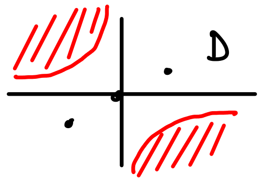
(d) Dal teorema del Dini si deduce che $M := \{(x,y,z) : z^2 = x^2+y^2\}$ è una superficie regolare [VERO] [~~FALSO~~].

Ingegneria Aerospaziale, Compito del 3 febbraio 2017 - PARTE B Cognome/Nome:

1. Si consideri la funzione di due variabili $f(x,y) := \ln(1+8xy) - x^2 - 4y^2$.

(a) Si trovino il dominio D di f, tutti i punti stazionari di f e per ognuno di questi si dica se sono punti di massimo relativo/minimo relativo/sella (4p.).

$D = \{1+8xy>0\} = \{x=0\} \cup \{x>0 \text{ e } y > -\frac{1}{8x}\} \cup \{x<0 \text{ e } y < -\frac{1}{8x}\}$



$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{8y}{1+8xy} - 2x \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{8x}{1+8xy} - 8y \quad \underset{\text{PTI STAZ.}}{\Rightarrow} \quad \begin{cases} x = \frac{4y}{1+8xy} \\ y = \frac{x}{1+8xy} \end{cases}$$

da questo $\Rightarrow x = \frac{4x}{(1+8xy)^2} \iff x=0$ oppure $1+8xy=\pm 2$

SE $x=0$ anche $y=0$. Se no

$$\begin{cases} x = 2y \\ 1+8xy = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} x=2y \\ 16y^2=1 \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm 1/2 \\ y = \pm 1/4 \end{cases} \to \pm\left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{4}\right) \in D$$

$$\begin{cases} x = -2y \\ 1+8xy = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} x=-2y \\ 16y^2=3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = \mp \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = \pm \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

MA IN QUESTO CASO $1+8xy = 1 - 8\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{3}}{4} = 1-3<0$

DUNQUE $\pm\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right) \notin D$

ALLA FINE HO TRE PTI STAZ. $\boxed{(0,0) \text{ e } \pm(1/2, 1/4)}$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{64y^2}{(1+8xy)^2} - 2, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{64x^2}{(1+8xy)^2} - 8, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{8(1+8xy) - 8y(8x)}{(1+8xy)^2} = \frac{8}{(1+8xy)^2}$$

ALLORA $H_f(0,0) = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}$ che ha determinante $16-64<0 \Rightarrow$ SELLA

$$H_f\left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{4}\right) = \begin{pmatrix} \frac{64/16}{4} - 2 & \frac{8}{4} \\ \frac{8}{4} & \frac{64/4}{4} - 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$$

che ha det. $8-4=4>0$ e termine $a_{11} = -1 < 0$ $\Rightarrow$ MASSIMO

stesso discorso per $-\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

(b) Si consideri l'insieme $M := \{x^2+4y^2 \leq 4\}$. Si dimostri che $M \subset D$ (cioè che $1+8xy>0$ se $x^2+4y^2 \leq 4$). Si trovino poi il massimo e il minimo di f su M (3p.).

Conviene cercare il minimo di $g(x,y) = 1+8xy$ su M. Notiamo che $\frac{\partial g}{\partial x} = 8y$ $\frac{\partial g}{\partial y} = 8x$ per cui l'unico pto stazionario libero di g è $(0,0)$ (dove g vale 1). Vediamo i punti critici vincolati di g su $\partial M = \{x^2+4y^2 = 1/8\}$ mediante i moltiplicatori di L.

$$\begin{cases} 8y = 2\lambda x \\ 8x = 8\lambda y \\ x^2+4y^2 = 1/8 \end{cases} \iff \begin{cases} 4y = \lambda x \\ x = \lambda y \\ x^2+4y^2 = 1/8 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} 4y = \lambda^2 y \\ \Updownarrow \\ y=0 \text{ o } \lambda^2=4 \end{array}$$

MA $y=0 \Rightarrow x=0$ che non verifica la III^a condizione

DUNQUE $\lambda = \pm 2$ TORNANDO AL SISTEMA

$$\begin{cases} \lambda = 2 \\ x = 2y \\ 8y^2 = 1/8 \end{cases} \iff (x,y) = \pm\left(\tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{8}\right) \text{ in cui } g \text{ vale } 1+\tfrac{1}{4} = \tfrac{5}{4}$$

$$\begin{cases} \lambda = -2 \\ x = -2y \\ 8y^2 = 1/8 \end{cases} \iff (x,y) = \pm\left(\tfrac{1}{4}, -\tfrac{1}{8}\right) \text{ in cui } g \text{ vale } 1-\tfrac{1}{4} = \tfrac{3}{4}$$

Dunque $\frac{3}{4}$ è il minimo ($\frac{5}{4}$ è il max) di g su ∂M. In definitiva $g \geq \frac{3}{4} > 0$ su M e quindi $M \subset D$. Per trovare il max/min di f su M notiamo che: punti critici $\pm\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) \notin M$ perchè $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} > \frac{1}{8}$, mentre $(0,0)$ è di sella $\Rightarrow$ max/min di f su M si realizzano su ∂M.

Possiamo notare che su ∂M si ha $f(x,y) = \ln(1+8xy) - \frac{1}{8} = \ln(\underbrace{g(x,y)}) - \frac{1}{8}$

per cui i punti di max/min sono gli stessi di prima e quindi

$$\max_M f = \ln\left(g\left(\tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{8}\right)\right) - \frac{1}{8} = \boxed{\ln\left(\frac{5}{4}\right) - \frac{1}{8}}$$

$$\min_M f = \ln\left(g\left(\tfrac{1}{4}, -\tfrac{1}{8}\right)\right) - \frac{1}{8} = \boxed{\ln\left(\frac{3}{4}\right) - \frac{1}{8}}$$

2. Si consideri l'insieme

$$S := \left\{(x, y, x) \,:\, 4z^2 = x^2 + y^2, 1 \leq z \leq 2\right\}.$$

(a) Si mostri che esiste una parametrizzazione Γ che rende S una superficie regolare con normale concorde con il versore $\vec{\mathbf{k}}$. (1p.)

Si può prendere $\Gamma(\rho, \theta) = 2\rho\cos\theta\,\vec{i} + 2\rho\sin\theta\,\vec{j} + \rho\,\vec{k}$ per $0 \leq \theta \leq 2\pi$ $1 \leq \rho \leq 2$

da cui $\frac{\partial \Gamma}{\partial \rho} = 2\cos\theta\,\vec{i} + 2\sin\theta\,\vec{j} + \vec{k}$ $\quad \frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} = -2\rho\sin\theta\,\vec{i} + 2\rho\cos\theta\,\vec{j}$ e

$\vec{N}(\rho, \theta) = \frac{\partial \Gamma}{\partial \rho} \otimes \frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} = 2\rho\left(-\cos\theta\,\vec{i} - \sin\theta\,\vec{j} + 2\vec{k}\right)$ CHE È CONCORDE CON $\vec{k}$

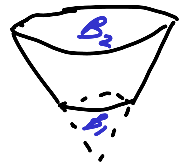
e $\|N(\rho, \theta)\|^2 = 4\rho^2\left(\cos^2\theta + \sin^2\theta + 4\right) = 20\rho^2 > 0$ DUNQUE Γ è regolare

(b) Si calcoli l'area di S (1p.).

$$A(S) = \iint_D \|\vec{N}(\rho, \theta)\|\, d\rho\, d\theta \quad \text{dove } D = \{0 \leq \theta \leq 2\pi,\ 1 \leq \rho \leq 2\}$$

$$= \int_0^{2\pi}\left(\int_1^2 2\sqrt{5}\,\rho\, d\rho\right) d\theta = 2\pi\sqrt{5}\left[\rho^2\right]_1^2 = 2\sqrt{5}\,\pi(4-1) = \boxed{6\sqrt{5}\,\pi}$$

(c) Si calcoli il flusso del campo $\vec{f}(x, y, z) := e^{z^2}\left(\cos(y^2)\vec{\mathbf{i}} + \sin(x^2)\vec{\mathbf{j}}\right) + (z-1)(z-2)(x^2+y^2)\vec{\mathbf{k}}$ attraverso S (dove la normale è quella detta sopra) (3p.).



Notiamo che $\operatorname{div} \vec{f} = \frac{\partial}{\partial x} e^{z^2}\cos(y^2) + \frac{\partial}{\partial y} e^{z^2}\sin(x^2) + \frac{\partial}{\partial z}(z^2-3z+2)(x^2+y^2) = (2z-3)(x^2+y^2)$ e che, posto $\Omega := \{4z^2 \le x^2+y^2,\ 1 \le z \le 2\}$ si ha $\partial\Omega = S \cup B_1 \cup B_2$ dove $B_1 = \{x^2+y^2 \le 1,\ z=1\}$ $B_2 = \{x^2+y^2 \le 4,\ z=2\}$

INOLTRE la normale <u>uscente</u> a Ω vale $\vec{K}$ su B_2, $-\vec{K}$ su B_1 e $-\vec{N}$ su S e si ha $\vec{f} \cdot \vec{K} = f_3 = 0$ sia su B_1 che su B_2 (dove $z=1$ o $z=2$).

USANDO IL TEOREMA DELLA DIVERGENZA

$$-\iint_S \vec{f} \cdot \vec{\nu}\, d\sigma = -\iint_{S \cup B_1 \cup B_2} \vec{f} \cdot \vec{\nu}\, d\sigma = \iint_{\partial\Omega} \vec{f} \cdot \vec{\nu}\, d\sigma = \iiint_\Omega \operatorname{div} \vec{f}\, dx\,dy\,dz = \iiint_\Omega (x^2+y^2)(2z-3)\, dx\,dy\,dz$$

$\to$ coordinate cilindriche $\int_0^{2\pi} d\theta \int_1^2 (2z-3)\,dz \int_0^{z/2} \rho^2 \rho\, d\rho = 2\pi \int_1^2 (2z-3) \left[-\frac{\rho^4}{4}\right]_0^{2z} dz =$

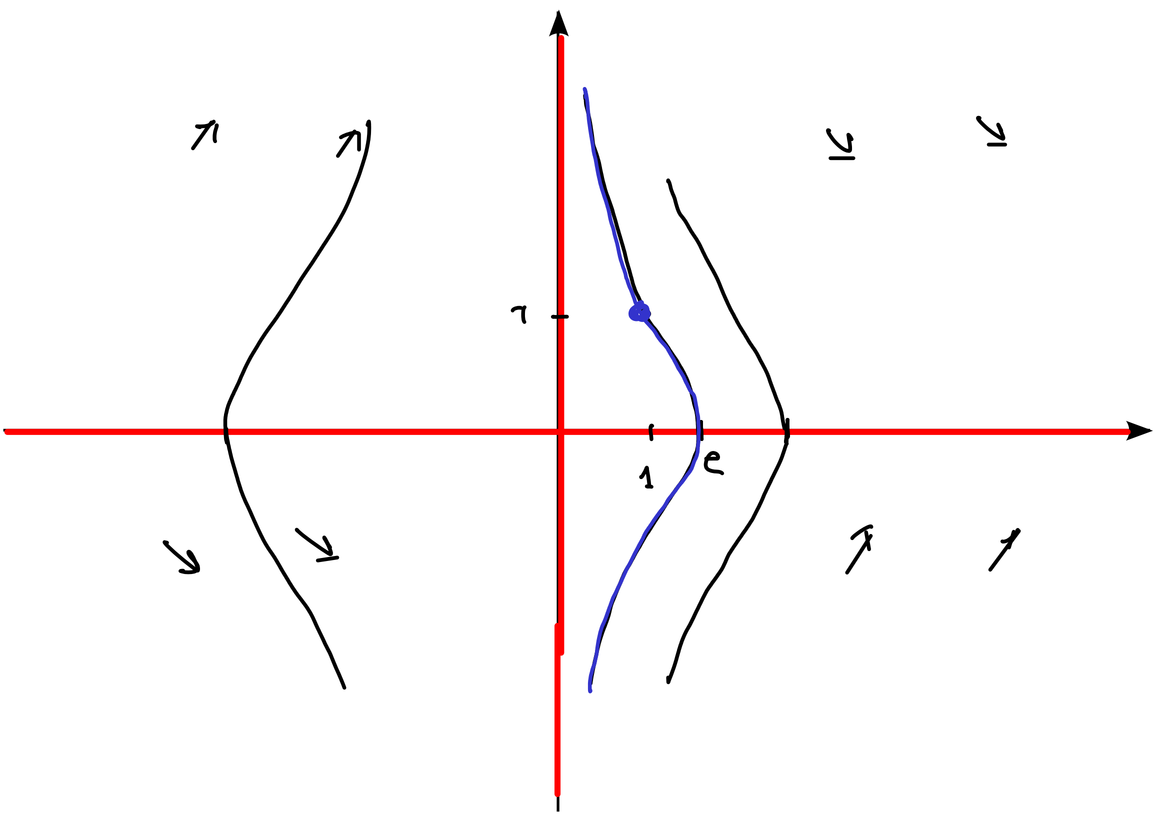
$8\pi \int_1^2 (2z^5 - 3z^4)\, dz = 8\pi \left[\frac{z^6}{3} - \frac{3}{5} z^5\right]_1^2 = 8\pi\left(\frac{64-1}{3} - 3\,\frac{32-1}{5}\right) = 8\pi\left(21 - \frac{93}{5}\right) = \frac{96}{5}\pi$.

$\Rightarrow$ $-\frac{96}{5}\pi$

3. Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = -\frac{2x^2y^2+1}{2x^3y} \qquad (=: F(x,y))$$

(a) Si trovi il dominio della funzione $F(x, y)$ e le zone del piano xy in cui F è positiva/negativa/nulla, riportandole nel diagramma sottostante (1p.).



il denominatore $= 0$ su $\{x=0\}$ e su $\{y=0\}$

il numeratore è ≥ 1 $\forall x, y$

(b) Si trovi un fattore integrante per l'equazione per l'equazione della forma $\lambda(x,y)=\lambda(xy)$. Si trovi poi un integrale primo (4p.).

$$\frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)(2x^2y^2+1) = \frac{\partial}{\partial x}\lambda(xy)2x^3y \iff$$

$$x\lambda'(xy)(2x^2y^2+1) + \lambda(xy)(4x^2y) = y\lambda'(xy)2x^3y + \lambda(xy)6x^2y \iff$$

$$\lambda'(xy)(\cancel{2x^3y^2}+x-\cancel{2x^3y^2}) = \lambda(xy)(6x^2y-4x^2y) \iff x\lambda'(xy) = 2x^2y\,\lambda(xy) \iff \lambda'(t)=2t\lambda(t)$$

$\iff \lambda(t)=ce^{t^2}$ con $c\in\mathbb{R}$. POSSO PRENDERE $\boxed{\lambda(x,y)=e^{x^2y^2}}$. Cerchiamo un pot. ϕ.

$\frac{\partial\phi}{\partial x} = e^{x^2y^2}(2x^2y^2+1)$; $\frac{\partial\phi}{\partial y} = e^{x^2y^2}2x^3y$. Dalla II^a si ottiene

$$\phi(x,y)=\int e^{x^2y^2}2x^3y\,dy = x\int e^{x^2y^2}2x^2y\,dy = x\int e^s ds\Big|_{s=x^2y^2} = \underline{xe^{x^2y^2}+c(x)}$$

Derivando in x $\Rightarrow$ $\frac{\partial\phi}{\partial x} = e^{x^2y^2}+2x^2y^2e^{x^2y^2}+c'(x)$ e dalla prima condizione $c'(x)=0$

IN DEFINITIVA $\boxed{\phi(x,y)=xe^{x^2y^2}+\text{cost.}}$

(c) Si trovi la soluzione con condizione iniziale $y(1)=1$ disegnandone il grafico sul diagramma precedente (1p) e in particolare si dica qual è il suo intervallo massimale di esistenza $]a,b[$ (2p.).

Dato che ϕ è un int. primo $\Rightarrow$ $\phi(x,y(x))=\phi(1,1)=e$ $\Rightarrow$

$xe^{x^2y^2}\underset{x>0}{=}e \iff \ln(x)+x^2y^2=1 \iff y^2=\frac{1-\ln(x)}{x^2}$. Dato che parte da $(1,1)$

deve essere $y=\frac{\sqrt{1-\ln(x)}}{x}$ e $0<x<e$ (in modo che $1-\ln(x)>0$.

DUNQUE $]a,b[\,=\,]0,e[$ e la curva $y(x)$ ha l'aspetto disegnato nella figura

(in particolare $y(x)\to 0$ se $x\to e$

4. Si consideri l'equazione differenziale:

$$x^2y'' - 2y' - 6y = 0$$

Si cerchino le soluzioni della forma $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (serie di potenze centrata in zero). In particolare:

(a) si trovi una relazione ricorsiva sui coefficienti a_n (2p.):

Se $y(x) = \sum_0^\infty a_n x^n \Rightarrow y'(x) = \sum_1^\infty a_n n x^n = \sum_0^\infty a_{n+1}(n+1)x^n$ e

$y''(x) = \sum_2^\infty a_n n(n-1)x^{n-2} \Rightarrow x^2y''(x) = \sum_2^\infty a_n n(n-1)x^n = \sum_0^\infty a_n(n^2-n)x^n$. DUNQUE

$0 = \sum_0^\infty \left[a_n(n^2-n) - 2a_{n+1}(n+1) - 6a_n\right]x^n = \sum_0^\infty \left(a_n(n^2-n-6) - 2a_n(n+1)\right)x^n$.

CIO' PORTA ALLA CONDIZIONE

(R) $\quad a_{n+1} = \dfrac{n^2-n-6}{2(n+1)} a_n \quad \forall n \geq 0$

Questa condizione determina tutti gli a_m una volta fissato (ad arbitrio) $a_0 = y(0)$

(b) si mostri che tutte le soluzioni (di questo tipo) sono polinomi di terzo grado (2p.)

Notiamo che per $n = 3$ la (R) dice $a_4 = \dfrac{3^2-3-6}{2\cdot 4} a_3 = 0\cdot a_3 = 0$

e allora (per induzione) $a_m = 0 \quad \forall m \geq 4 \quad \left(a_5 = \dfrac{4^2-4-6}{2\cdot 5}\cdot 0 = 0,\ a_6 = \dots\right)$

QUINDI $y(x)$ ha solo: coeff. a_0, a_1, a_2, a_3. VOLENDO SI VEDE CHE

$a_1 = -3a_0$

$a_2 = \dfrac{1^2-1-6}{2\cdot 2} a_1 = -\dfrac{3}{2} a_1 = \dfrac{9}{2} a_0$

$a_3 = \dfrac{2^2-2-6}{2\cdot 3} a_2 = \dfrac{-2}{3} a_2 = -3a_0$

(c) si trovino tutte le soluzioni con $y(0) = 6$ (1p.)

$y(0) = 6$ significa $a_0 = 6$. Dalle formule sopra $a_1 = -18 \quad a_2 = 27 \quad a_3 = -18$

cioè $\boxed{y(x) = -18x^3 + 27x^2 - 18x + 6}$

(**VERIFICA**

$y(x) = -2\cdot 3^2 x^3 + 3^3 x^2 - 2\cdot 3^2 x + 2\cdot 3$

$y'(x) = -2\,3^3 x^2 + 2\cdot 3^3 x - 2\cdot 3^2$

$y''(x) = -2^2 3^3 x + 2\cdot 3^3$

$x\,y''(x) = -2^2 3^3 x^3 + 2\cdot 3^3 x^2$

$\Rightarrow$

$x^2y'' - 2y' - 6y =$

$\cancel{-2^2 3^3 x^3} + 2\cdot 3^3 x^2 + 2^2 3^3 x^2 \cancel{- 2^2 3^3 x} \cancel{+ 2^2 3^2}$

$\cancel{+2^2 3^3 x^3} - 2\,3^4 x^2 \cancel{+ 2^2 3^3 x} \cancel{- 2^2 3^2} =$

$2\cdot 3^3(1 + 2 - 3)x^2 = 0$)

(d) si dica per quali $a \in \mathbb{R}$ esiste una soluzione con $y(0) = a$, $y'(0) = 3$ (1p.)

dalle formule di prima deve essere $3 = y'(0) = a_1 = -3a_0 = -3a$ dunque

$$\boxed{a = -1}$$

$$x\, y'' - 2y' - 6y = 0$$

$$y(x) = \sum_0^\infty a_n x^n \qquad y'(x) = \sum_1^\infty a_n n x^{n-1} = \sum_0^\infty a_{n+1}(n+1)x^n$$

$$y'' = \sum_2^\infty a_n n(n-1) x^{n-2}, \qquad x y'' = \sum_2^\infty a_n n(n-1) x^{n-1} = \sum_1^\infty a_{n+1}(n+1) n x^n$$

qui si può mettere 0

$$\Rightarrow \quad 0 = \sum_0^\infty \left(a_{n+1}(n+1)n - 2a_{n+1}(n+1) - 6a_n \right) x^n =$$

$$\sum_0^\infty \left(a_{n+1}(n+1)(n-2) - 6a_n \right) x^n \qquad \text{DUNQUE}$$

$$(n+1)(n-2)\, a_{n+1} = 6 a_n \qquad \forall n \geq 0$$

Se metto $n=2$ trovo $a_2=0$, se metto $n=1$ $2(-1)\overset{0}{a_2} = 6a_1 \Rightarrow a_1=0$

se metto $n=0$ $1(-2)\underset{0}{a_1} = 6a_0 \Rightarrow \underline{a_0=a_1=a_2=0}$!!

Da $n=3$ in poi si può scrivere

$$(R) \qquad a_{n+1} = \frac{6a_n}{(n+1)(n-2)} \qquad n \geq 3$$

quindi $\underline{a_3 \text{ è arbitrario}}$ e da a_4 in poi gli a_n sono individuati da a_3

IN PARTICOLARE LE SOLUZIONI $y(x)$ HANNO TUTTE $y(0)=y'(0)=y''(0)=0$

e sono univocamente individuate da $y'''(0)$ mediante la relazione (R)

- PUNTO (b) <u>NON È VERO</u>
- PUNTO (c) <u>NON ESISTE</u> NESSUNA SOL. CON $y(0)=6$
- PUNTO (d) <u>NON ESISTE</u> NESSUNA SOL. CON $y'(0)=3$