COGNOME E NOME: | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Ingegneria Aerospaziale. Analisi Matematica 2. Compito del 16 febbraio 2015. Primo foglio.

1. Siano $G(x,y) := 12xy - x^4 + 36y^3$, $M := \left\{(x,y) : G(x,y) = \frac{13}{3}, x \geq 0\right\}$.

(a) Si mostri che M è localmente grafico di una funzione $y = f(x)$ (1p.);

$G_y(x,y) = 12x + 108y^2 \geq 0$ se $x \geq 0$ ($y^2 \geq 0\ \forall y$).

Però $G(x,y) = 0$ se e solo se $(x,y) = (0,0)$ e $(0,0) \notin M$

dato che $G(0,0) = 0$. Dunque $G_y(x,y) \neq 0\ \forall (x,y) \in M$.

e quindi si può applicare Dini

(b) (*) Si mostri che $f(x)$ è univocamente definita per ogni $x \geq 0$ (1p.);

Se $x \geq 0$ si ha $G(x,0) = -x^4 \leq 0$ e $\lim_{y \to +\infty} G(x,y) = +\infty$.

Per il teorema degli zeri $\Rightarrow \exists\ y > 0$ tale che $G(x,y) = \frac{13}{3}$.

Inoltre y è unico perché $y \mapsto G(x,y)$ è crescente, avendo derivata $G_y(x,y) \geq 0$ (per il punto a).

(c) si mostri che $f(1) = \frac{1}{3}$ e che $x = 1$ è un punto di minimo locale per f (3p.);

$$G(1,1/3) = 12 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} - 1^4 + 36\frac{1}{3^3} = 4 - 1 + \frac{4}{3} = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$$

$\Rightarrow f(1) = 1/3$. Per Dini $f'(1) = -\dfrac{G_x(1,1/3)}{G_y(1,1/3)} = 0$

perché $G_x = 12y - 4x^3 \Rightarrow G_x(1,1/3) = \frac{1}{3}12 - 4 = 0$.

Inoltre
$$f''(1) = -\frac{G_{xx}(1,1/3) + 2G_{xy}(1,1/3)f'(1) + G_{yy}(1,1/3)f'(1)^2}{G_y(1,1/3)}$$

$$= -\frac{G_{xx}(1,1/3)}{G_y(1,1/3)} = -\left[\frac{-12x^2}{12x+108y}\right]_{\substack{x=1\\y=1/3}} = -\frac{-12}{12+12} = \frac{1}{2}$$

Dato che $f'(1) = 0$ $f''(1) > 0 \Rightarrow 1$ è di minimo locale

(d) si trovino $f(0)$ e $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ (1p.);

$G(0,y) = \frac{13}{3} \iff 36y^3 = \frac{13}{3} \iff y = \sqrt[3]{\frac{13}{4}}\frac{1}{3} \Rightarrow f(0) = \frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{13}{4}}$

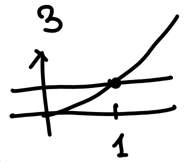
$l = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ perché se fosse $0 < l < +\infty$ allora

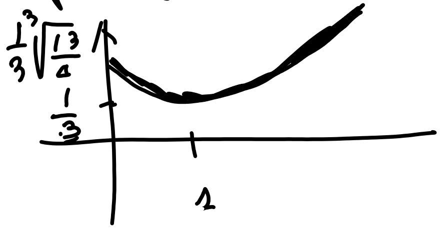
$$\frac{13}{3} = \lim_{x\to\infty} 12x f(x) - x^4 + 36 f(x)^3 = -\infty \qquad \text{ASSURDO}$$

(e) (*) si mostri che $x = 1$ è l'unico punto $x \geq 0$ in cui $f'(x) = 0$ e si disegni l'insieme M (1p.).

$$\begin{cases} y = f(x) \\ 0 = f'(x) \end{cases} \iff \begin{cases} 12xy - x^4 + 36y^3 = \frac{13}{3} \\ 12y - 4x^3 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y = \frac{x^3}{3} \\ \frac{12}{3}x^4 - x^4 + 36\left(\frac{x^3}{3}\right)^3 = \frac{13}{3} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} y = x^3/3 \\ 3x^4 + \frac{4}{3}x^9 = \frac{13}{9} \end{cases}$$

Per il punto b $x=1$ è soluzione ed è l'unico possibile perché $x \to 3x^4 + \frac{4}{3}x^9$ è crescente () $\Rightarrow$ M = GRAFICO DI $f(x)$



2. Data la funzione $f(x, y) := \ln(1 - xy) + 2x^2 + 8y^2$:

(a) si trovino tutti i suoi punti stazionari (2p.);

Notiamo che $DOM(f) = \{1 - xy > 0\}$. Calcolo i pti staz..

$f_x = \frac{-y}{1-xy} + 4x$, $f_y = \frac{-x}{1-xy} + 16y$. Allora trovo $\begin{cases} 4x = \frac{y}{1-xy} \\ 16y = \frac{x}{1-xy} \end{cases} \Rightarrow$

$64x = \frac{16y}{1-xy} = \frac{x}{(1-xy)^2} \Rightarrow$ $x = 0$ oppure $\frac{1}{(1-xy)} = \pm 8$. Ma -8 NON VA BENE

(fuori dominio) $\Rightarrow \begin{cases} 4x = 8y \\ 1 - xy = \frac{1}{8} \end{cases} \iff \begin{cases} x = 2y \\ 2y^2 = \frac{7}{8} \end{cases} \iff \begin{matrix} y = \pm \frac{\sqrt{7}}{4} \\ x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2} \end{matrix}$

$\Rightarrow$ TRE PTI $(0,0)$ e $\pm\left(\frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$

(b) si classifichi la natura dei punti precedentemente trovati (2p.);

Si ha $f_{xx} = \frac{-y^2}{(1-xy)^2} + 4$, $f_{xy} = \frac{-(1-xy) + y(-x)}{(1-xy)^2} = \frac{-1}{(1-xy)^2}$

$f_{yy} = \frac{-x^2}{(1-xy)^2} + 16$. Ne segue

$H_f(0,0) = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 16 \end{pmatrix}$ det > 0, $a_{11} > 0 \Rightarrow (0,0)$ MINIMO (REL.)

$$H_f\left(\frac{\sqrt7}{2},\frac{\sqrt7}{4}\right)=\begin{pmatrix}-\frac{7}{16}\cdot 64+4, & -64\\ -64, & -\frac{7}{4}\cdot 64+16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-24, & -64\\ -64 & -96\end{pmatrix}$$

$\det<0$

$\parallel$

$24\cdot 96-64\cdot 64$

$2^3\cdot 3\cdot 3\cdot 2^5-2^{12}$

$=2^8(9-16)$

$\Rightarrow$ SELLA

(lo stesso per $-\left(\frac{\sqrt7}{2}\ \frac{\sqrt7}{4}\right)$)

(c) si trovino il massimo e il minimo di f sull'insieme $M:=\left\{\frac{x^2}{4}+y^2\le\frac{15}{16}\right\}$ (2p.).

MAX / MIN ESISTONO PER WEIERSTRASS. SE I PTI DI MIN / MAX SONO INTERNI $\Rightarrow$ SONO STAZIONARI $\Rightarrow$ SONO TRA I PTI DI PRIMA.
(E SOLO (0,0) VA BENE, GLI ALTRI SONO SELLE). DEVO AGGIUNGERE I PTI DI MAX / MIN SU $E:=\left\{\frac{x^2}{4}+y^2=\frac{15}{4}\right\}$. Parametrizzo E

Ponendo $x=\frac{\sqrt{15}}{2}\cos(\theta)$, $y=\frac{\sqrt{15}}{4}\sin(\theta)$ $\Rightarrow$ se $(x,y)\in E$ posso scrivere.

$$f(x,y)=\ln\left(1-\frac{15}{8}\cos(\theta)\sin(\theta)\right)+2\frac{15}{4}\cos^2\theta+8\,\frac{15}{16}\sin^2\theta=$$

$$\ln\left(1-\frac{15}{16}\sin(2\theta)\right)+\frac{15}{2}$$ $\Leftarrow$ È CHIARO CHE MIN $\to\sin(2\theta)=+1$

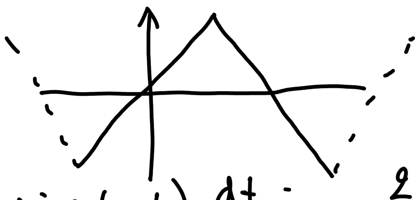
MAX $\to\sin(2\theta)=-1$

$$\Rightarrow \max_E f=\ln\left(1+\frac{15}{16}\right)+\frac{15}{2}=\ln\left(\frac{31}{16}\right)+\frac{15}{2}=\max_M f=\ln\left(\frac{31}{16}\right)+\frac{15}{2}$$

$$\min_E f=\ln\left(1-\frac{15}{16}\right)+\frac{15}{2}=\ln\left(\frac{1}{16}\right)+\frac{15}{2}>0\Rightarrow \min_M f=f(0)=0$$

3. Si consideri la funzione $f(t)$ definita da: $f(t):=\begin{cases}t & \text{per } -\frac{\pi}{2}\le t\le\frac{\pi}{2},\\ \pi-t & \text{per } \frac{\pi}{2}\le t\le\frac{3\pi}{2},\end{cases}$ se $t\in[-\pi/2,3\pi/2]$ ed estesa tutto $\mathbb{R}$ in modo da essere 2π-periodica.

(a) Si trovino i coefficienti a_n, b_n e ω della serie di Fourier: $f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}(a_n\cos(n\omega t)+b_n\sin(\omega t))$ (3p.)

f è dispari:  $\Rightarrow a_n=0\ \forall n.\ \omega=\frac{2\pi}{2\pi}=1$

$$b_n=\frac{2}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(t)\sin(nt)\,dt=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(t)\sin(nt)\,dt=$$

$$\frac{2}{\pi}\underbrace{\left[t\left(-\frac{\cos(nt)}{n}\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}}_{0}+\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos(nt)}{n}\,dt+\frac{2}{\pi}\underbrace{\left[(\pi-t)\left(-\frac{\cos(nt)}{n}\right)\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}}_{0}+$$

0 perché $\cos(n\frac{\pi}{2})=0$ e $t=0$ in 0

0 perché $\cos(n\frac{\pi}{2})=0$ e $\pi-t=0$ IN π

$$-\frac{2}{\pi}\int_{\pi/2}^{\pi}\frac{\cos(nt)}{n}\,dt=$$

$$=\frac{2}{\pi}\left[\frac{\sin(nt)}{n^2}\right]_0^{\pi/2}-\frac{2}{\pi}\left[\frac{\sin(nt)}{n^2}\right]_{\pi/2}^{\pi}=\frac{2}{n^2\pi}\cdot 2\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{se } n \text{ è pari} \\ \dfrac{4(-1)^K}{\pi(2K+1)^2} & \text{se } n = 2K+1 \ (n \text{ dispari}) \end{cases} \Rightarrow f(t) = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{4(-1)^K}{\pi(2K+1)^2} \sin\big((2K+1)t\big)$$

(b) Si dica (giustificando) se la serie converge uniformemente a f (1p.).

converge unif. perché $\sum |b_n| + \sum |a_n|$ è convergente

$\left(a_n = 0 \text{ e } |b_n| \sim \dfrac{1}{n^2} \right)$

(c) Si usi quanto sopra per calcolare $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4}$ (2p.).

Si ha $\int_0^{2\pi} f(t)^2 dt = 4 \int_0^{\pi/2} t^2 dt = 4 \left[\frac{t^3}{3} \right]_0^{\pi/2} = \frac{\pi^3}{6}$. Per Parseval: $\int_0^{2\pi} f^2 = \pi \sum b_n^2 \iff \frac{\pi^3}{6} = \pi \sum \frac{16}{\pi^2} \frac{1}{(2K+1)^4} \iff$

$$\frac{\pi^4}{6 \cdot 16} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2K+1)^4} \iff \sum_{K=0}^{\infty} \frac{1}{(2K+1)^4} = \frac{\pi^4}{96}.$$

4. Si risponda ai seguenti quesiti barrando una delle caselle (1 punto ciascuno).

(a) Condizione necessaria e sufficiente affinchè f sia differenziabile in un punto $\mathbf{x}_0$ è che le derivate parziali di f siano continue in $\mathbf{x}_0$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$.

(b) Se $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ converge su $\mathbb{R}$, allora $f(x)$ è derivabile su $\mathbb{R}$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$.

(c) Se $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ sono due potenziali vettori per un campo $\vec{f}$ (solenoidale) definito su tutto $\mathbb{R}^2$, allora $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ differiscono per una costante $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$.

(d) L'integrale improprio $\iint_{\{x^2+y^2 \le 1\}} \frac{1}{(x^2+y^2)^\alpha} \, dx \, dy$ converge se e solo se $\alpha < 1$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$.

(a) LA CONDIZIONE È SOLO SUFFICIENTE (TEOR. DIFF. TOTALE)

(b) TEOREMA NOTO SULLA DERIVABILITÀ PER LE SERIE DI POTENZE

(c) $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ differiscono per un campo conservativo;
$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \nabla \phi$

(d) Passando in coord. polari si ha
$\iint_{\{x^2+y^2 \le 1\}} \frac{1}{(x^2+y^2)^\alpha} = 2\pi \int_0^1 \frac{\rho}{\rho^{2\alpha}} d\rho$ che converge $\iff$

$2\alpha - 1 < 1 \iff 2\alpha < 2 \iff \alpha < 1$.

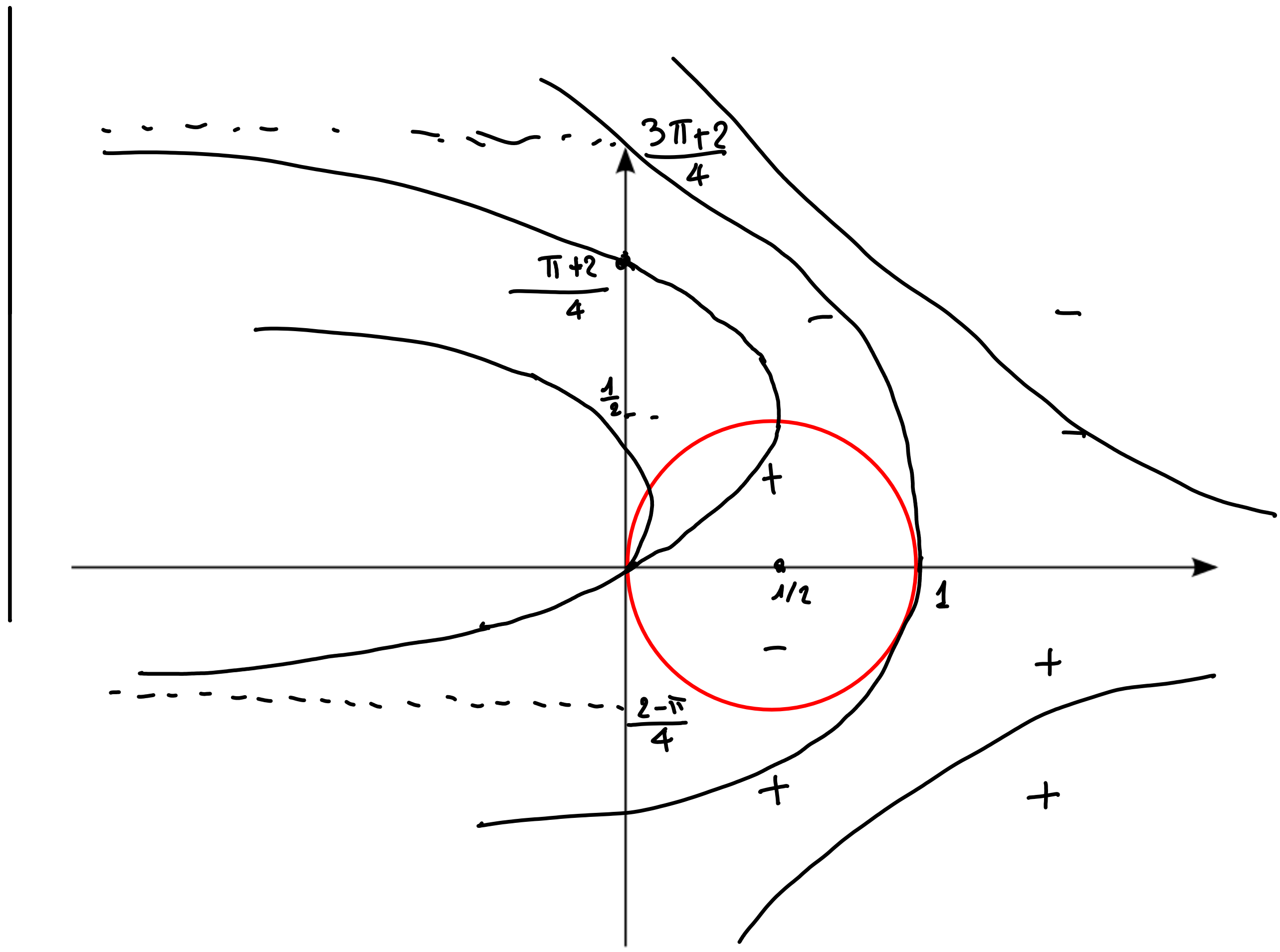
COGNOME E NOME:

Ingegneria Aerospaziale. Analisi Matematica 2. Compito del 16 febbraio 2015. Secondo foglio.

5. Si consideri il problema di Cauchy

$$y' = \frac{y}{x - x^2 - y^2}, \qquad y(x_0) = y_0.$$

(a) Si dica per quali (x_0, y_0) vale il teorema di esistenza e unicità di Cauchy (1p.). Si trovino inoltre le soluzioni costanti e le zone dei punti (x_0, y_0) dai quali la soluzione cresce o decresce, riportando queste informazioni nel diagramma sottostante (1p.).



(b) Si trovi un fattore integrante per l'equazione, avente la forma $\lambda(x, y) = \lambda(x^2 + y^2)$ e successivamente un integrale primo (3p.)

Deve essere $\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(x^2+y^2)\, y\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(x^2+y^2)(y^2+x^2-x)\right) \iff$

$2y\lambda'(x^2+y^2)y + \lambda(x^2+y^2) = 2x\lambda'(x^2+y^2)(y^2+x^2-x) + \lambda(x^2+y^2)(2x-1) \iff$

$\lambda'(x^2+y^2)(2y^2 - 2x(x^2+y^2) + 2x^2) = \lambda(x^2+y^2)(2x-2) \iff$

$$\lambda'(x^2+y^2)\,2\left(x^2+y^2-x(x^2+y^2)\right) = 2\lambda(x^2+y^2)(x-1) \iff$$

$$\lambda'(x^2+y^2) = \frac{-\lambda(x^2+y^2)}{x^2+y^2} \Rightarrow \lambda(x^2+y^2) = \boxed{\frac{c}{x^2+y^2}}$$ (Posso prendere $c=1$)

Dunque si trova un integrale primo F ponendo

$F_x = \frac{y}{x^2+y^2}$ $\quad F_y = \frac{x^2+y^2-x}{x^2+y^2} = 1 - \frac{x}{x^2+y^2}$. Dunque deve essere

$$F = \int \frac{y\,dx}{x^2+y^2} = \frac{1}{y}\int \frac{dx}{\left(\frac{x}{y}\right)^2+1} = \arctan(x/y) + c(y).$$ Ne segue

$$F_y = \frac{1}{\frac{x^2}{y^2}+1}\cdot\frac{-x}{y^2} + c'(y) = \frac{-x}{x^2+y^2} + c'(y)$$ che deve essere $1-\frac{x}{x^2+y^2}$.

Ne segue $c'(y) = 1 \iff c(y) = y + c$ con $c \in \mathbb{R}$.

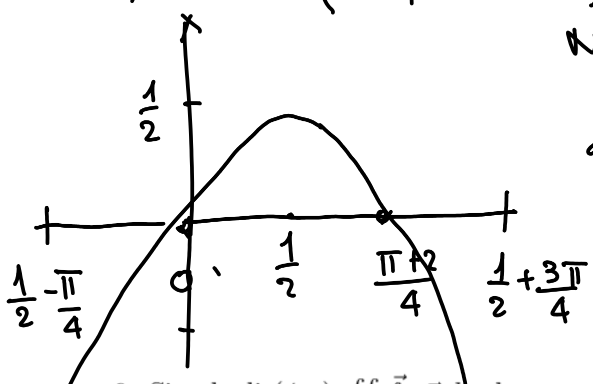
$$\Rightarrow F(x,y) = \boxed{\arctan\left(\frac{x}{y}\right) + y}$$

(c) Si trovi un'espressione, eventualmente implicita, per la soluzione nel caso della condizione iniziale $y(0) = \frac{\pi+2}{4}$, e la si usi per trovare l'intervallo di esistenza massimale e i limiti di $y(x)$ agli estremi di tale intervallo; si disegni il grafico di $y(x)$ nel diagramma sopra (3p.).

Deve essere $F(x,y(x)) = c$. Metto $x=0 \Rightarrow F\left(0,\frac{\pi+2}{4}\right) = c \Rightarrow$

$c = \frac{\pi+2}{4}$. Dunque $\arctan\left(\frac{x}{y(x)}\right) = \frac{\pi+2}{4} - y(x) \Rightarrow$

$x = y(x)\tan\left(\frac{\pi+2}{4} - y(x)\right)$. Studio $\varphi(y) = y\tan\left(\frac{\pi+2}{4}-y\right)$



Noto che $\varphi'(y) = \tan\left(\frac{\pi+2}{4}-y\right) + \frac{-y}{\cos^2\left(\frac{\pi+2}{4}-y\right)}$

da cui $\varphi'(1/2) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1/2}{\cos^2(\pi/4)} = 1 - \frac{1/2}{1/2} = 0$!!

DUNQUE $\underline{x} = -\infty$, $\bar{x} = 1/2$

$\underline{y} = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$ $\quad \bar{y} = \frac{3\pi+2}{4}$

6. Si calcoli (4p.) $\iint_S \vec{f}\cdot\vec{\nu}\,d\sigma$ dove:

$$\vec{f}(x,y,z) := (3x^3z + e^{yz})\vec{\mathbf{i}} + (x\cos(z^2) + 2y^3z)\vec{\mathbf{j}} + xyz(z^2-1)\vec{\mathbf{k}},$$

$$S := \left\{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = (1+z^2)^2, 0 \le z \le 1\right\},$$

e dove la normale $\vec{\nu}$ è scelta in modo da essere uscente dall'insieme $\Omega := \left\{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \le (1+z^2)^2, 0 \le z \le 1\right\}$.

Notiamo che $\partial\Omega = S \cup B_0 \cup B_1$ e che

$$\iint_B \vec{f}\cdot\vec{\nu}\,d\sigma = \iint_{B_1} \vec{f}\cdot\vec{\nu}\,d\sigma = 0$$ perché

$f_3(x,y,z) = xyz(z^2-1) = 0$ sia su B_0 che su B_1 (dove $z=0$ / $z=1$)

Dunque $\iint_S \vec{f}\cdot\vec{\nu}\,d\sigma = \iint_{\partial\Omega} \vec{f}\cdot\vec{\nu}\,d\sigma = \iiint_\Omega \operatorname{div}\vec{f}\,dx\,dy\,dz =$

$$\iiint_\Omega \left(9x^2z + 6y^2z + xy(3z^2+1)\right)dx\,dy\,dz = \left(\begin{matrix} x = 2\rho\cos\theta \\ y = 3\rho\sin\theta \end{matrix} \quad \begin{matrix} dx\,dy = \\ 6\rho\,d\rho\,d\theta \end{matrix}\right)$$

$$\int_0^1 dz \int_0^{1+z^2} 6\rho\,d\rho \int_0^{2\pi} \{36\rho^2\cos^2\theta z + 54\rho^2\sin^2\theta z + 6\rho^2\sin\theta\cos\theta(3z^2+1)\}d\theta$$

$$= 6\int_0^1 dz \int_0^{1+z^2} \rho^3\,d\rho \int_0^{2\pi} \{(36 + 18\sin^2\theta)z + \underbrace{3\sin 2\theta(3z^2+1)}_{\text{HA INTEGRALE NULLO}}\}\,d\theta =$$

$$6\int_0^1 dz \left[\frac{\rho^4}{4}\right]_0^{1+z^2} z \int_0^{2\pi}\{36 + 9 - \underbrace{9\cos 2\theta}_{\text{INTEGR.}=0}\}\,d\theta =$$

$$\frac{3}{2}\int_0^1 z(1+z^2)^4\,dz \cdot 45\cdot 2\pi \underset{(s=z^2)}{=} \frac{3}{2}\cdot 45\pi\int_0^1 (1+s)^4\,ds =$$

$$\frac{3\cdot 45}{2}\pi\left[\frac{(1+s)^5}{5}\right]_0^1 = \frac{3\cdot 9}{2}\pi\left(2^5-1\right) = \frac{3\cdot 9\cdot 31}{2}\pi = \boxed{\frac{837}{2}\pi}$$

7. Si consideri il campo vettoriale definito in $\Omega := \{(x, y, z) : (x, y) \neq (0, 0)\}$:

$$\vec{f}(x, y, z) := \frac{y^2}{x^2 + y^6}\left(-y\vec{\mathbf{i}} + 3x\vec{\mathbf{j}}\right) + 2z\vec{\mathbf{k}}.$$

(a) Si mostri che $\vec{f}$ è irrotazionale (1p.);

$$\frac{\partial}{\partial y}\frac{-y^3}{x^2+y^6} = \frac{3y^8 - 3x^2y^2}{(x^2+y^6)^2} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{xy^2}{x^2+y^6} \ ;$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\frac{-y^3}{x^2+y^6} = 0 = \frac{\partial}{\partial x}2z \ ; \quad \frac{\partial}{\partial z}\frac{xy^2}{x^2+y^6} = 0 = \frac{\partial}{\partial y}2z$$

(b) si trovi un potenziale per $\vec{f}$ su $\Omega^+ := \{(x, y, z) \in \Omega : x > 0\}$ (1p.);

$$F_x = \frac{-y^3}{x^2+y^6} \Rightarrow F = -\int\frac{y^3}{x^2+y^6}\,dx = -\frac{1}{y^3}\int\frac{dx}{\left(\frac{x}{y^3}\right)^2+1} = -\arctan\left(\frac{x}{y^3}\right) + c(y,z)$$

$$\Rightarrow F_y = \frac{-1}{\frac{x^2}{y^6}+1}\cdot\frac{-3x}{y^4} + c_y(y,z) = \frac{3xy^2}{x^2+y^6} + c_y(y,z) \Rightarrow$$

$$c_y(y,z) = 0 \Rightarrow c(y,z) = c(z). \Rightarrow$$

$$F_z = c_z(z) = 2z \Rightarrow c(z) = z^2 + c \qquad \text{DUNQUE}$$

$$F(x,y,z) = -\arctan\left(\frac{x}{y^3}\right) + z^2 + c = \operatorname{ARG}(x, y^3) + z^2$$

(F è ben definito su $\{(x,y,z): x>0\}$

(c) si calcoli (1p.) $\int_\gamma \vec{f} \cdot d\vec{s}$, dove $\gamma(t) := (2+\cos(t))\,\vec{\mathbf{i}} + \sin(t)\,\vec{\mathbf{j}} + t\,\vec{\mathbf{k}}$, $\quad 0 \leq \cancel{t \leq 2\pi}$ $0 \leq t \leq 2\pi$

Dato che la curva giace tutta in $\{(x,y,z): x>0\} \Rightarrow$

$$\int_\gamma \vec{f} \cdot d\vec{s} = F(\gamma(2\pi)) - F(\gamma(0)) = F(0,0,2\pi) - F(0,0,0)$$

$$= 4\pi^2$$

(d) (*) si dica se $\vec{f}$ è conservativo in Ω (2p.).

Consideriamo $\gamma_1(t) = \cos(t)\,\vec{i} + \sin(t)\,\vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$. $\quad 0 \leq t \leq 2\pi$

$\Rightarrow \gamma_1'(t) = -\sin(t)\,\vec{i} + \cos(t)\,\vec{j}$

$$\int_\gamma \vec{f} \cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi} \left(\frac{\sin^4 t}{\cos^2 t + \sin^6(t)} + \frac{\cos^2(t)}{\cos^2 t + \sin^6 t} \right) dt$$

QUESTO INTEGRALE è $\underline{>0}$ perché l'integrando è >0.

$\Rightarrow \vec{f}$ NON È CONSERVATIVO