Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 8 gennaio 2003 -A-

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

- Si dica quante sono le soluzioni dell'equazione

$$x^3 - 4x^2 - 2x + 8 = 0$$

compresee tra -3 e 3 (3p.):____________________.

- Si calcoli (3p.)

$$\sup \left\{ y \mid \frac{2x}{\sqrt{1+4x^2}} > y \quad \forall y \right\} = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1+5\sin(x)}}\, dx = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge l'integrale improprio (3p.):

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{x^\alpha e^{x^2}(1+x^5)}\, dx$$

: α____________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \ln(1+x+x^2) + 5x + x^2 + 2$ si calcoli

(3p.) $(f^{-1})'(2) =$ ____________.

- Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{1+x^2} y - 7x \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è decrescente su $[0, +\infty$ (2 p)
    y_0____________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 14$ ha almeno una soluzione (3 p.)
    y_0____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\ln\left(\frac{e^x-1}{x}\right) - x}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 8 gennaio 2003 -B-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si dica quante sono le soluzioni dell'equazione

$$x^3 - 4x^2 - 2x + 8 = 0$$

compresi tra -5 e 0 (3p.):____________________.

- Si calcoli (3p.)

$$\sup \left\{ y \mid \frac{3x}{\sqrt{1+4x^2}} > y \quad \forall y \right\} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1+4\sin(x)}}\, dx = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge l'integrale improprio (3p.):

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{x^\alpha e^{x^2}(1+x^4)}\, dx$$

: α____________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \ln(1+x+x^2) + 4x + x^2 + 3$ si calcoli

(3p.) $(f^{-1})'(3) =$ ____________.

- Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{1+x^2}y - 7x \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è decrescente su $[0, +\infty$ (2 p)
    y_0____________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 14$ ha almeno una soluzione (3 p.)
    y_0____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\ln\left(\frac{e^x-1}{x}\right)-x}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 8 gennaio 2003 -C-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si dica quante sono le soluzioni dell'equazione

$$x^3 - 4x^2 - 2x + 8 = 0$$

  comprese tra 0 e 5 (3p.):______________.

- Si calcoli (3p.)

$$\sup \left\{ y \mid \frac{4x}{\sqrt{1+9x^2}} > y \quad \forall y \right\} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1+3\sin(x)}}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge l'integrale improprio (3p.):

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{x^{\alpha} e^{x^2}(1+x^3)}\, dx$$

  : α______________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \ln(1+x+x^2) + 3x + x^2 + 4$ si calcoli

  (3p.) $(f^{-1})'(4) =$ __________.

- Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{1+x^2} y - 7x \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è decrescente su $[0, +\infty$ (2 p)
    y_0______________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 14$ ha almeno una soluzione (3 p.)
    y_0______________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\ln\left(\frac{e^x-1}{x}\right) - x}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 8 gennaio 2003 -D-

Cognome ________________________________ Nome ________________________________

- Si dica quante sono le soluzioni dell'equazione

$$x^3 - 4x^2 - 2x + 8 = 0$$

comprese tra -5 e 5 (3p.):______________________.

- Si calcoli (3p.)

$$\sup \left\{ y \mid \frac{2x}{\sqrt{1+9x^2}} > y \quad \forall y \right\} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (5p.):

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1+2\sin(x)}}\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro reale α converge l'integrale improprio (3p.):

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{x^\alpha e^{x^2}(1+x^2)}\, dx$$

: α______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \ln(1+x+x^2) + 2x + x^2 + 2$ si calcoli

(3p.) $(f^{-1})'(2) =$ ____________.

- Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{1+x^2}y - 7x \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ________________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è decrescente su $[0, +\infty$ (2 p)
    y_0______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 14$ ha almeno una soluzione (3 p.)
    y_0______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x \to 0} \frac{2 \ln \left(\frac{e^x - 1}{x} \right) - x}{x^2} \qquad \text{(7 p.)}$$

SVOLGIMENTO