Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 10 febbraio 2003 -A-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 2\dfrac{x^2}{1+x^4}$ si trovino (4p.)

$\inf\limits_{\mathbf{R}} f =$ __________ è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$, $\sup\limits_{\mathbf{R}} f =$ __________ è il massimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si calcoli il limite (3p.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{3}-1}{n+1} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.)

$$\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{16+x^4}}\,dx = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ l' integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x^2}}{x^\alpha(1+x^4)}\,dx$$

converge (3p.): α ____________________.

- Date le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 2x + \arctan(x) + 4$, $g(x) = f^{-1}(x^2)$ si calcoli (3 p.) $g'(2) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{xy}{1+x^2} - 1 \quad , \quad y(0) = y_0 \quad , \quad x \in \mathbf{R}$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente decrescente su $\mathbf{R}$ (3 p)
    y_0 ____________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ non ha nessuna soluzione positiva (3 p.)
    y_0 ____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati (8p.)

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x} \ln(1 + 6x) - 6x}{\sin(3x) - 3x}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 10 febbraio 2003 -B-

Cognome ____________________ Nome ____________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 3\dfrac{x^2}{1+x^4}$ si trovino (4p.)

  $\inf_{\mathbf{R}} f =$ ________ è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$, $\sup_{\mathbf{R}} f =$ ________ è il massimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si calcoli il limite (3p.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{4}-1}{n+1} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (5p.)

$$\int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{81+x^4}}\,dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ l' integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x^2}}{x^\alpha(1+x^5)}\,dx$$

  converge (3p.): α __________.

- Date le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 2x + \arctan(x) + 9$, $g(x) = f^{-1}(x^2)$ si calcoli (3 p.) $g'(3) =$ ________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{xy}{1+x^2} - 1 \quad , \quad y(0) = y_0 \quad , \quad x \in \mathbf{R}$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente decrescente su $\mathbf{R}$ (3 p)
    y_0 __________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ non ha nessuna soluzione positiva (3 p.)
    y_0 __________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati (8p.)

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x}\ln(1+6x)-6x}{\sin(3x)-3x}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 10 febbraio 2003 -C-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = -2\dfrac{x^2}{1+x^4}$ si trovino (4p.)

$\inf_{\mathbf{R}} f =$ __________ è il minimo? sí no, $\sup_{\mathbf{R}} f =$ __________ è il massimo? sí no

- Si calcoli il limite (3p.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{5}-1}{n+1} = \underline{\hspace{5cm}}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.)

$$\int_0^4 \frac{x^3}{\sqrt{256+x^4}}\,dx = \underline{\hspace{5cm}}$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ l' integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x^2}}{x^\alpha(1+x^6)}\,dx$$

converge (3p.): α ____________________.

- Date le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 2x + \arctan(x) + 16$, $g(x) = f^{-1}(x^2)$ si calcoli (3 p.) $g'(4) =$ __________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{xy}{1+x^2} - 1 \quad , \quad y(0) = y_0 \quad , \quad x \in \mathbf{R}$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente decrescente su $\mathbf{R}$ (3 p)
    y_0 ____________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ non ha nessuna soluzione positiva (3 p.)
    y_0 ____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati (8p.)

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x} \ln(1 + 6x) - 6x}{\sin(3x) - 3x}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 10 febbraio 2003 -D-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = -3\dfrac{x^2}{1+x^4}$ si trovino (4p.)

$\inf_{\mathbf{R}} f =$ __________ è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$, $\sup_{\mathbf{R}} f =$ __________ è il massimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Si calcoli il limite (3p.)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{2}-1}{n+1} = \rule{4cm}{0.4pt}$$

- Si calcoli l'integrale (5p.)

$$\int_0^5 \frac{x^3}{\sqrt{625+x^4}}\,dx = \rule{4cm}{0.4pt}$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ l' integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x^2}}{x^\alpha(1+x^7)}\,dx$$

converge (3p.): α ____________________.

- Date le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 2x + \arctan(x) + 25$, $g(x) = f^{-1}(x^2)$ si calcoli (3 p.) $g'(5) =$ __________.
- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{xy}{1+x^2} - 1 \quad , \quad y(0) = y_0 \quad , \quad x \in \mathbf{R}$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è strettamente decrescente su $\mathbf{R}$ (3 p)
    y_0 ____________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 2$ non ha nessuna soluzione positiva (3 p.)
    y_0 ____________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati (8p.)

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x} \ln(1+6x) - 6x}{\sin(3x) - 3x}$$

SVOLGIMENTO