

1. Sia $f(x) := \sqrt{\cos(\sqrt{2}x)}$. Si calcolino (2+2p.): (a) $f^{(2)}(0)$, (b) $f^{(4)}(0)$.
2. Sia dato l'insieme: $A := \{y \in \mathbb{R} : \frac{x}{4+x^2} < y \quad \forall x \in \mathbb{R}\}$.
Si dica quanto fanno (2p. ciascuno): (a) $\inf A$, (b) $\sup A$.
3. Data la funzione $f(x) := 1 + 3x + e^{5x}$ si dica (4p.) quanto fa $(f^{-1})'(2)$.
4. Si calcolino i seguenti limiti di successioni (5p. ciascuno)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 6n^2}{2n^2 \sqrt[3]{1+n} + 4n \ln(n)}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n! - n^n}{5n! + 5^n}$$

5. Si calcoli il seguente limite (se esiste, 13p.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \sqrt[3]{1-6x} - \cos(2x)}{1 - \cos(x)}$$

————— SECONDA PARTE —————

6. Si studi il carattere delle seguenti serie ($\boxed{\text{AC}}$ = assolutamente convergente, $\boxed{\text{C}}$ = convergente ma non assolutamente convergente, $\boxed{\text{NC}}$ = non convergente) (2p. ciascuno)

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{2n^2 - 3n!}}{5n^n - n!} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n - \sin(n)}{5n + 1}$$

7. Si dica per quali valori del parametro α in \mathbb{R} converge l'integrale improprio (5p.):

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 e^{-x}}{\sqrt{|x^2 - 1|} |4 - x^2|^\alpha} dx$$

8. Si scriva la soluzione del seguente problema di Cauchy (5p.):

$$y'' - 5y' + 6y = xe^x \quad y(0) = 1, y'(0) = \frac{7}{4}.$$

9. Si calcoli (se esiste) il seguente integrale improprio (8 punti).

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{e^{2x}(e^{4x} + 4e^{2x} + 3)} dx$$

10. Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y' = \frac{2xy}{x^2 - 9} - 2x^2 \quad -3 < x < 3.$$

- (a) dato $y_0 \in \mathbb{R}$ si scriva la soluzione dell'equazione con la condizione $y(0) = y_0$ (4p.);
- (b) si calcolino, al variare di y_0 , i limiti delle soluzioni per $x \rightarrow -3^+$ e per $x \rightarrow 3^-$ (4p.);
- (c) si tracci il grafico delle soluzioni per i valori "più significativi" di y_0 (3p.);
- (d) si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 0$ ha due radici in $] -3, 3[$ (2p.).

TEMPO DISPONIBILE: UN'ORA E MEZZA. NON È CONSENTITO USCIRE.
NON SI POSSONO USARE CALCOLATRICI O APPUNTI.

DEVE ESSERE CONSEGNATO SOLO IL FOGLIO RISPOSTE (il testo si può tenere)
PER GLI ESERCIZI 1,2,3 E 4 CONTA SOLO LA RISPOSTA. L'ESERCIZIO 5 VA SVOLTO
E LA VALUTAZIONE DIPENDE DALLO SVOLGIMENTO.

AFFINCHÈ IL COMPITINO SIA VALIDO È NECESSARIO CHE (contemporaneamente):

- (a) IL VOTO NEI PUNTI 1-4 SIA MAGGIORE O EGUALE A 8
- (b) IL VOTO COMPLESSIVO SIA MAGGIORE O EGUALE A 15.

1. Sia $f(x) := \sqrt{\cos(2x)}$. Si calcolino (2+2p.): (a) $f^{(2)}(0)$, (b) $f^{(4)}(0)$.
2. Sia dato l'insieme: $A := \{y \in \mathbb{R} : \frac{x}{9+x^2} < y \quad \forall x \in \mathbb{R}\}$.
Si dica quanto fanno (2p. ciascuno): (a) $\inf A$, (b) $\sup A$.
3. Data la funzione $f(x) := 1 + 3x + e^{4x}$ si dica (4p.) quanto fa $(f^{-1})'(2)$.
4. Si calcolino i seguenti limiti di successioni (5p. ciascuno)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 5n^2}{4n^2 \sqrt[3]{1+n} + 9n \ln(n)}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n! - n^n}{4n! + 4^n}$$

5. Si calcoli il seguente limite (se esiste, 13p.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \sqrt[3]{1-6x} - \cos(2x)}{1 - \cos(x)}$$

—————SECONDA PARTE—————

6. Si studi il carattere delle seguenti serie ($\boxed{\text{AC}}$ = assolutamente convergente, $\boxed{\text{C}}$ = convergente ma non assolutamente convergente, $\boxed{\text{NC}}$ = non convergente) (2p. ciascuno)

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 - 3n!}{4n^n - n!} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n - \sin(n)}{4n + 1}$$

7. Si dica per quali valori del parametro α in \mathbb{R} converge l'integrale improprio (5p.):

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 e^{-x}}{\sqrt{|x^2 - 1|} |4 - x^2|^\alpha} dx$$

8. Si scriva la soluzione del seguente problema di Cauchy (5p.):

$$y'' - 5y' + 6y = xe^x \quad y(0) = 1, y'(0) = 2.$$

9. Si calcoli (se esiste) il seguente integrale improprio (8 punti).

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{e^x(e^{2x} + 4e^x + 3)} dx$$

10. Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y' = \frac{2xy}{x^2 - 9} - 2x^2 \quad -3 < x < 3.$$

- (a) dato $y_0 \in \mathbb{R}$ si scriva la soluzione dell'equazione con la condizione $y(0) = y_0$ (4p.);
- (b) si calcolino, al variare di y_0 , i limiti delle soluzioni per $x \rightarrow -3^+$ e per $x \rightarrow 3^-$ (4p.);
- (c) si tracci il grafico delle soluzioni per i valori "più significativi" di y_0 (3p.);
- (d) si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 0$ ha due radici in $] -3, 3[$ (2p.).

TEMPO DISPONIBILE: UN'ORA E MEZZA. NON È CONSENTITO USCIRE.
NON SI POSSONO USARE CALCOLATRICI O APPUNTI.

DEVE ESSERE CONSEGNATO SOLO IL FOGLIO RISPOSTE (il testo si può tenere)
PER GLI ESERCIZI 1,2,3 E 4 CONTA SOLO LA RISPOSTA. L'ESERCIZIO 5 VA SVOLTO
E LA VALUTAZIONE DIPENDE DALLO SVOLGIMENTO.

AFFINCHÈ IL COMPITINO SIA VALIDO È NECESSARIO CHE (contemporaneamente):

- (a) IL VOTO NEI PUNTI 1-4 SIA MAGGIORE O EGUALE A 8
- (b) IL VOTO COMPLESSIVO SIA MAGGIORE O EGUALE A 15.

1. Sia $f(x) := \sqrt{\cos(\sqrt{6}x)}$. Si calcolino (2+2p.): (a) $f^{(2)}(0)$, (b) $f^{(4)}(0)$.
2. Sia dato l'insieme: $A := \{y \in \mathbb{R} : \frac{x}{16+x^2} < y \quad \forall x \in \mathbb{R}\}$.
Si dica quanto fanno (2p. ciascuno): (a) $\inf A$, (b) $\sup A$.
3. Data la funzione $f(x) := 1 + 2x + e^{4x}$ si dica (4p.) quanto fa $(f^{-1})'(2)$.
4. Si calcolino i seguenti limiti di successioni (5p. ciascuno)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n! - n^n}{4n! + 3^n}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 4n^2}{6n^2 \sqrt[3]{1+n} + 16n \ln(n)}.$$

5. Si calcoli il seguente limite (se esiste, 13p.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \sqrt[3]{1-6x} - \cos(2x)}{1 - \cos(x)}$$

————— SECONDA PARTE —————

6. Si studi il carattere delle seguenti serie ($\boxed{\text{AC}}$ = assolutamente convergente, $\boxed{\text{C}}$ = convergente ma non assolutamente convergente, $\boxed{\text{NC}}$ = non convergente) (2p. ciascuno)

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n - \sin(n)}{4n + 1} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{6n^2 - 2n!}}{4n^n - n!}$$

7. Si dica per quali valori del parametro α in \mathbb{R} converge l'integrale improprio (5p.):

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 e^{-x}}{\sqrt{|x^2 - 1|} |4 - x^2|^\alpha} dx$$

8. Si scriva la soluzione del seguente problema di Cauchy (5p.):

$$y'' + 5y' + 6y = xe^{-x} \quad y(0) = 0, y'(0) = -\frac{1}{4}$$

9. Si calcoli (se esiste) il seguente integrale improprio (8 punti).

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{e^{4x}(e^{8x} + 4e^{4x} + 3)} dx$$

10. Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y' = \frac{2xy}{x^2 - 9} - 2x^2 \quad -3 < x < 3.$$

- (a) dato $y_0 \in \mathbb{R}$ si scriva la soluzione dell'equazione con la condizione $y(0) = y_0$ (4p.);
- (b) si calcolino, al variare di y_0 , i limiti delle soluzioni per $x \rightarrow -3^+$ e per $x \rightarrow 3^-$ (4p.);
- (c) si tracci il grafico delle soluzioni per i valori "più significativi" di y_0 (3p.);
- (d) si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 0$ ha due radici in $] -3, 3[$ (2p.).

TEMPO DISPONIBILE: UN'ORA E MEZZA. NON È CONSENTITO USCIRE.
NON SI POSSONO USARE CALCOLATRICI O APPUNTI.

DEVE ESSERE CONSEGNATO SOLO IL FOGLIO RISPOSTE (il testo si può tenere)
PER GLI ESERCIZI 1,2,3 E 4 CONTA SOLO LA RISPOSTA. L'ESERCIZIO 5 VA SVOLTO
E LA VALUTAZIONE DIPENDE DALLO SVOLGIMENTO.

AFFINCHÈ IL COMPITINO SIA VALIDO È NECESSARIO CHE (contemporaneamente):

- (a) IL VOTO NEI PUNTI 1-4 SIA MAGGIORE O EGUALE A 8
- (b) IL VOTO COMPLESSIVO SIA MAGGIORE O EGUALE A 15.

1. Sia $f(x) := \sqrt{\cos(2\sqrt{2}x)}$. Si calcolino (2+2p.): (a) $f^{(2)}(0)$, (b) $f^{(4)}(0)$.
2. Sia dato l'insieme: $A := \{y \in \mathbb{R} : \frac{x}{25+x^2} < y \quad \forall x \in \mathbb{R}\}$.
Si dica quanto fanno (2p. ciascuno): (a) $\inf A$, (b) $\sup A$.
3. Data la funzione $f(x) := 1 + 2x + e^{3x}$ si dica (4p.) quanto fa $(f^{-1})'(2)$.
4. Si calcolino i seguenti limiti di successioni (5p. ciascuno)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n! - n^n}{3n! + 2^n}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3n^2}{8n^2 \sqrt[3]{1+n} + 25n \ln(n)}.$$

5. Si calcoli il seguente limite (se esiste, 13p.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \sqrt[3]{1-6x} - \cos(2x)}{1 - \cos(x)}$$

————— SECONDA PARTE —————

6. Si studi il carattere delle seguenti serie ($\boxed{\text{AC}}$ = assolutamente convergente, $\boxed{\text{C}}$ = convergente ma non assolutamente convergente, $\boxed{\text{NC}}$ = non convergente) (2p. ciascuno)

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n - \sin(n)}{3n+1} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2\sqrt{2}n^2 - 2n!}{3n^n - n!}$$

7. Si dica per quali valori del parametro α in \mathbb{R} converge l'integrale improprio (5p.):

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 e^{-x}}{\sqrt{|x^2-1|} |4-x^2|^\alpha} dx$$

8. Si scriva la soluzione del seguente problema di Cauchy (5p.):

$$y'' + 5y' + 6y = xe^{-x} \quad y(0) = 0, y'(0) = -1$$

9. Si calcoli (se esiste) il seguente integrale improprio (8 punti).

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{e^{3x}(e^{6x} + 4e^{3x} + 3)} dx$$

10. Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y' = \frac{2xy}{x^2 - 9} - 2x^2 \quad -3 < x < 3.$$

- (a) dato $y_0 \in \mathbb{R}$ si scriva la soluzione dell'equazione con la condizione $y(0) = y_0$ (4p.);
- (b) si calcolino, al variare di y_0 , i limiti delle soluzioni per $x \rightarrow -3^+$ e per $x \rightarrow 3^-$ (4p.);
- (c) si tracci il grafico delle soluzioni per i valori "più significativi" di y_0 (3p.);
- (d) si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 0$ ha due radici in $] -3, 3[$ (2p.).

TEMPO DISPONIBILE: UN'ORA E MEZZA. NON È CONSENTITO USCIRE.
NON SI POSSONO USARE CALCOLATRICI O APPUNTI.

DEVE ESSERE CONSEGNATO SOLO IL FOGLIO RISPOSTE (il testo si può tenere)
PER GLI ESERCIZI 1,2,3 E 4 CONTA SOLO LA RISPOSTA. L'ESERCIZIO 5 VA SVOLTO
E LA VALUTAZIONE DIPENDE DALLO SVOLGIMENTO.

AFFINCHÈ IL COMPITINO SIA VALIDO È NECESSARIO CHE (contemporaneamente):

- (a) IL VOTO NEI PUNTI 1-4 SIA MAGGIORE O EGUALE A 8
- (b) IL VOTO COMPLESSIVO SIA MAGGIORE O EGUALE A 15.

PROVA SCRITTA DI ANALISI I
PRIMA PARTE

DATA

--	--	--	--

2012

--

voto

Cognome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Fila:

--

1. (a)

--

(b)

--

--

2. (a)

--

(b)

--

--

3.

--

--

4. (a)

--

(b)

--

--

--

LE FACCIATE BIANCHE SONO RISERVATE ALLA RISOLUZIONE DELL'ULTIMO ESERCIZIO.

PROVA SCRITTA DI ANALISI I
SECONDA PARTE

DATA

--	--

--	--

2012

--

voto

Cognome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Fila:

--

1.

(a)

AC	C	NC
----	---	----

(b)

AC	C	NC
----	---	----

--

2.

α

--

--

3. $y(x) =$

--

--

4. integ. =

--

--

--

LE FACCIATE BIANCHE SONO RISERVATE ALLA RISOLUZIONE DELL'ULTIMO ESERCIZIO.