

## Scritto d'esame di Algebra Lineare

Pisa, 15 Luglio 2019

### (Domande da 4 punti)

- [T1] Definizione di R-rango, C-rango, D-rango di una matrice.
- [T2] Definizione di somma di due sottospazi vettoriali e dimostrazione che si tratta a sua volta di un sottospazio vettoriale.
- [B1] Determinare l'espressione analitica della rotazione di  $90^\circ$  in verso orario intorno al punto  $(3, 4)$  del piano cartesiano.
- [B2] Determinare per quali valori del parametro reale  $a$  vale la disuguaglianza

$$2x^2 + ay^2 \geq 14xy \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

### (Domande da 8 punti)

- [L1] Consideriamo nello spazio i punti  $P = (5, 1, 0)$ ,  $Q = (6, 1, 0)$ , ed il piano  $\pi$  di equazione  $x - 2y + 3z = 7$ .
- (a) Determinare la proiezione di  $P$  su  $\pi$ .
- (b) Determinare l'equazione cartesiana del piano passante per  $P$  e  $Q$  e perpendicolare a  $\pi$ .
- [L2] Determinare, al variare dei parametri reali  $a$  e  $b$ , la forma canonica di Jordan della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.  
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.