

Scritto d'esame di Algebra Lineare

Pisa, 24 Giugno 2019

(Domande da 4 punti)

- [T1] Definizione di autovalore, autovettore, autospazio.
- [T2] Se un'applicazione lineare è iniettiva, cosa possiamo dire degli spazi di partenza ed arrivo? Perché?
- [B1] Determinare l'equazione cartesiana del piano passante per i punti $(1, 1, 1)$, $(2, 2, 2)$ e $(1, 2, 3)$ dello spazio.
- [B2] Determinare la forma canonica di Jordan complessa della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}.$$

(Domande da 8 punti)

- [L1] Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} x + ay + 2z = 1 \\ 3x - z = 2 \\ y + 4z = b \end{cases}$$

- (a) Determinare per quali valori dei parametri reali a e b il sistema non ammette soluzioni.
- (b) Determinare per quali valori dei parametri reali a e b il sistema ammette infinite soluzioni, ed in tal caso determinare esplicitamente le soluzioni stesse.

- [L2] Consideriamo la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Dimostrare che B è definita positiva.
- (b) Determinare una base del sottospazio di \mathbb{R}^3 costituito da tutti i vettori ortogonali a $(1, 1, 1)$ rispetto al prodotto scalare definito dalla matrice B .

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato. Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.