Università di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica/Telecomunicazioni

Prova in Itinere di Algebra Lineare

Pisa, 23 Febbraio 2019

1. Consideriamo i seguenti tre punti nello spazio:

$$A = (1, 2, 3), \qquad B = (4, 5, 6), \qquad C = (7, 7, 7).$$

   (a) Determinare l'area del triangolo ABC.

   (b) Determinare il piede dell'altezza uscente dal vertice A.

2. Consideriamo, nello spazio, la retta r di equazione

$$\begin{cases} x - y + 3z = 4, \\ 2x - z = 3, \end{cases}$$

   ed il piano π di equazione $ax + y + z = b$.

   (a) Determinare, al variare dei parametri reali a e b, il numero di intersezioni tra la retta r ed il piano π.

   (b) Nei casi in cui le intersezioni sono infinite, descrivere parametricamente l'insieme delle intersezioni.

3. Sia $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ lo spazio dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 3. Consideriamo l'applicazione lineare da $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ in $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ definita da

$$p(x) \to p(2x) - p(2) \cdot x^2.$$

   (a) Determinare nucleo e immagine dell'applicazione.

   (b) Determinare la forma canonica dell'applicazione, ed una base nella quale la matrice associata all'applicazione assume tale forma.

4. Consideriamo il prodotto scalare in $\mathbb{R}^3$ rappresentato, rispetto alla base canonica, dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & a & 1 \\ a & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

   (a) Determinare per quali valori del parametro reale a il prodotto scalare risulta definito positivo.

   (b) Nel caso particolare $a = 0$, determinare una base ortogonale (rispetto a questo prodotto scalare) del sottospazio di equazione $x+y-z = 0$ costituita da vettori a coordinate intere.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Università di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica/Telecomunicazioni

Prova in Itinere di Algebra Lineare

Pisa, 23 Febbraio 2019

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

1. Consideriamo i seguenti tre punti nello spazio:

$$A = (1, 2, 3), \qquad B = (4, 5, 6), \qquad C = (7, 7, 7).$$

   (a) Determinare l'area del triangolo ABC.

   (b) Determinare il piede dell'altezza uscente dal vertice A.

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

2. Consideriamo, nello spazio, la retta r di equazione

$$\begin{cases} x - y + 3z = 4, \\ 2x - z = 3, \end{cases}$$

ed il piano π di equazione $ax + y + z = b$.

(a) Determinare, al variare dei parametri reali a e b, il numero di intersezioni tra la retta r ed il piano π.

(b) Nei casi in cui le intersezioni sono infinite, descrivere parametricamente l'insieme delle intersezioni.

3. Sia $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ lo spazio dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 3. Consideriamo l'applicazione lineare da $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ in $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ definita da

$$p(x) \to p(2x) - p(2) \cdot x^2.$$

   (a) Determinare nucleo e immagine dell'applicazione.

   (b) Determinare la forma canonica dell'applicazione, ed una base nella quale la matrice associata all'applicazione assume tale forma.

4. Consideriamo il prodotto scalare in $\mathbb{R}^3$ rappresentato, rispetto alla base canonica, dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & a & 1 \\ a & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

(a) Determinare per quali valori del parametro reale a il prodotto scalare risulta definito positivo.

(b) Nel caso particolare $a = 0$, determinare una base ortogonale (rispetto a questo prodotto scalare) del sottospazio di equazione $x+y-z = 0$ costituita da vettori a coordinate intere.