Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2017/2018

1. Siano

   $$D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 1, 0 \leq y \leq z \leq 1/x\}, \quad f(x, y, z) = (x+y+z) \arctan(yz).$$

   Determinare se esistono ed in caso affermativo calcolare

   $$\lim_{x^2+y^2+z^2 \to +\infty} f(x, y, z); \qquad \lim_{\substack{x^2+y^2+z^2 \to +\infty \\ (x,y,z) \in D}} f(x, y, z).$$

2. Sia $f(x, y) = -x^4 - y^4 + y^2$. Determinare i punti stazionari di f e stabilire se sono punti di massimo/minimo locale.

3. Siano $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 - z = 3, \; z \leq 0\}$ e $f(x, y, z) = x + y + z$.
   Determinare estremo inferiore e superiore di f su S specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2017/2018

1. Sia $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - y \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$. Calcolare
$$\int_A y \, dx \, dy, \qquad \int_A x \, dx \, dy.$$

2. Sia $V := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$. Calcolare $\int_V |z - 1| \, dx \, dy \, dz$.

3. Sia γ la curva del piano xy definita da $\gamma(t) = (t^3 - 7t,\, t^2 - 3t + 2)$ con $t \in [0, 3]$.
   (a) Determinare la retta tangente alla curva nel punto corrispondente a $t = 1$ sia in forma parametrica che in forma cartesiana.
   (b) Stabilire se la curva è chiusa, semplice e tracciarne un grafico approssimativo (specificando il verso di percorrenza della curva).

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2017/2018

1. Sia D l'insieme di $\mathbb{R}^2$ racchiuso dalla curva $\gamma = (\cos t, t^2 - 1)$ con $0 \leq t \leq 1$, dalla retta $x = \cos 1$ e dalla retta $y = -1$.
   (a) Fare un disegno approssimativo di D.
   (b) Calcolare l'area di D.
2. Sia $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + y^2 e^z + z^2 = 1, y \geq 0\}$ orientata prendendo in $(0, 0, 1)$ la normale che punta verso $(0, 0, 1)$. Sia $F(x, y, z) = (\sin y, xe^z, xz^2)$. Calcolare il flusso del rotore di F attraverso S.
3. Sia $D = [0, 1] \times [0, 1]$. Stabilire per quali $\alpha > 0$ converge

$$\int_D \frac{\sin(x^2 y)}{x^\alpha + y^\alpha} dx\, dy.$$

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.