

Limiti 1

Argomenti: limiti di funzioni di più variabili

Difficoltà: ★★

Prerequisiti: tecniche per il calcolo di limiti in un punto per funzioni di più variabili

In ogni riga è assegnata una funzione, di cui si chiede di calcolare liminf e limsup per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$. Nelle varie colonne, la funzione si intende definita nel suo “naturale dominio” intersecato l’insieme definito dalle relazioni indicate in testa alla colonna stessa.

	$(x, y) \in \mathbb{R}^2$		$x > 0, y > 0$		$0 \leq x \leq y$		$x > 0, y \leq x^2$	
Funzione	liminf	limsup	liminf	limsup	liminf	limsup	liminf	limsup
$\frac{x^2}{x^2 + y^2}$								
$\frac{y}{x^2 + y^2}$								
$\frac{y^2}{x^2 + y^2}$								
$\frac{xy}{x^2 + y^2}$								
$\frac{xy^3}{x^2 + y^2}$								
$\frac{x^2 + 2y^2}{x^2 + y^2}$								
$\frac{y^2}{ x + y }$								
$\frac{x}{x^4 + y^4}$								
$\frac{x^2 y}{x^4 + y^4}$								
$\frac{x^3 y}{x^4 + y^4}$								
$\frac{x}{x + y}$								
$\frac{y^2}{x + y}$								

Limiti 2

Argomenti: limiti di funzioni di più variabili

Difficoltà: ★★☆☆

Prerequisiti: tecniche per il calcolo di limiti in un punto per funzioni di più variabili

In ogni riga è assegnata una funzione, di cui si chiede di calcolare \liminf e \limsup per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$. Nelle varie colonne, la funzione si intende definita nel suo “naturale dominio” intersecato l’insieme definito dalle relazioni indicate in testa alla colonna stessa.

	$(x, y) \in \mathbb{R}^2$		$x > 0, y > 0$		$0 \leq x \leq y$		$x > 0, y \leq x^2$	
Funzione	\liminf	\limsup	\liminf	\limsup	\liminf	\limsup	\liminf	\limsup
$\frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$								
$\frac{xy^2}{x^4 + y^2}$								
$\frac{x^3 y}{x^4 + y^2}$								
$\frac{xy}{ x + y^2}$								
$\frac{x}{x^3 + y^3}$								
$\frac{xy}{x^3 + y^3}$								
$\frac{x^2 y}{x^3 + y^3}$								
$\frac{y^4}{ x ^3 + y ^3}$								
$\frac{y^4}{x^3 + y^3}$								
$\frac{x + 2y}{x + y}$								
$\frac{x^3}{x - y^2}$								
$\frac{\sqrt{x^2 + y }}{ x + y }$								

Limiti 3

Argomenti: limiti di funzioni di più variabili

Difficoltà: ★★ ★★

Prerequisiti: tecniche per il calcolo di limiti in un punto per funzioni di più variabili

In ogni riga è assegnata una funzione, di cui si chiede di calcolare \liminf e \limsup per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$. Nelle varie colonne, la funzione si intende definita nel suo “naturale dominio” intersecato l’insieme definito dalle relazioni indicate in testa alla colonna stessa.

	$(x, y) \in \mathbb{R}^2$		$x > 0, y > 0$		$0 \leq x \leq y$		$x > 0, y \leq x^2$	
Funzione	\liminf	\limsup	\liminf	\limsup	\liminf	\limsup	\liminf	\limsup
$\frac{\sin(xy)}{xy}$								
$\frac{\sin(xy)}{\sqrt{ x + 2 y }}$								
$\frac{\sin(x - y)}{x + y}$								
$\frac{y \sin x}{x^2 + y}$								
$\frac{\cos x - \cos y}{x + y}$								
$\frac{e^x - e^{2y}}{x^2 + y^2 + x^2 y^2}$								
$\frac{\sin x - \sin y}{x - y}$								
$\frac{\sin x + \sin y}{x + y}$								
$\frac{\sin^2 x - \sin^2 y}{x - y}$								
$\frac{x - \sqrt{xy}}{x^2 - y^2}$								
$\int_x^y \frac{e^{-t^2}}{x + y} dt$								
$\int_x^y \frac{\arctan(t^3)}{x + y} dt$								