Determinare ordine di infinitesimo e parte principale della successione

$$\sqrt[n]{n+3}-\sqrt[n]{n}$$

Abbiamo che :

$$\sqrt[n]{n+3}-\sqrt[n]{3}=(n+3)^{\frac{1}{n}}-(n)^{\frac{1}{n}}=e^{\frac{\ln(n+3)}{n}}-e^{\frac{\ln(n)}{n}}=e^{(\frac{\ln(n)}{n}+\frac{\ln(1+\frac{3}{n})}{n})}-e^{\frac{\ln(n)}{n}}=e^{\frac{\ln(n)}{n}}\cdot[e^{\frac{\ln(1+\frac{3}{n})}{n}}-1]$$

Essendo ora il limite per $n\rightarrow+\infty$ dell'espressione così ottenuta uguale a :

$$\lim e^{\frac{\ln(n)}{n}}\cdot[e^{\frac{\ln(1+\frac{3}{n})}{n}}-1]=\lim[e^{\frac{\ln(n)}{n}}\cdot[\frac{(e^{\frac{\ln(1+\frac{3}{n})}{n}-1})}{\frac{\ln(1+\frac{3}{n})}{n}}]\cdot[\frac{\ln(1+\frac{3}{n})}{n}]]=0$$

La successione va a 0 come l'ultimo termine :

$$\frac{\ln(1+\frac{3}{n})}{n} \quad \text{cioè come} \quad \frac{\frac{3}{n}+o(\frac{1}{n})}{n} \quad \text{quindi come} \quad \frac{3}{n^2}+o(\frac{1}{n^2})$$

Quindi, l'ordine di infinitesimo è 2 e la parte principale è $\frac{3}{n^2}$