Attraverso numerosi passaggi algebrici e trigonometrici si arriva a

$$\sin^6(x)\cos^4(x)=(\sin(x)\cos(x))^4\sin^2(x)=\frac{1}{16}\sin^4(2x)\sin^2(x)=\frac{1}{16}\sin^4(2x)(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2x))$$

dove abbiamo usato il fatto che $\sin^2(x)=\frac{1}{2}(1-\cos(2x))$ e da cui segue

$$\sin^6(x)\cos^4(x)=\frac{1}{32}(\sin^4(2x)-\sin^4(2x)\cos(2x))$$

Adesso è

$$\sin^4(2x)=(\sin^2(2x))^2=\frac{1}{4}(1-\cos(4x))^2=\frac{1}{4}(1+\cos^2(4x)-2\cos(4x))$$

$$\sin^4(2x)=\frac{1}{4}(1+(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(8x))-2\cos(4x))$$

da cui segue che

$$\sin^6(x)\cos^4(x)=\frac{1}{32}(\frac{1}{4}(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\cos(8x)-2\cos(4x))-\sin^4(2x)\cos(2x))$$

Dunque è

$$\int\sin^6(x)\cos^4(x)\,dx=\frac{1}{32}(\int(\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\cos(8x))\,dx-\frac{1}{2}\int\cos(4x)\,dx-\int\sin^4(2x)\cos(2x)\,dx)$$

$$\int\sin^6(x)\cos^4(x)\,dx=\frac{1}{32}(\frac{3}{8}x+\frac{1}{64}\sin(8x)-\frac{1}{8}\sin(4x)-\frac{1}{10}\sin^5(2x))$$

$$\int\sin^6(x)\cos^4(x)\,dx=\frac{120x+5\sin(8x)-40\sin(4x)-32\sin^5(2x)}{10240}$$