

Distinguiamo 3 casi:

$$a) m = 2K + 1$$

(K intero positivo)

$$b) m + n = -2K$$

$$c) n = 0$$

$$m = -2K - 1.$$

a) Abbiamo per $m = 2K + 1$ cioè dispari:

$$\begin{aligned} \int \sin^m x \cos^n x dx &= \int \sin^{2K} x \cdot \cos^n x \cdot \sin x dx = \\ &= - \int (1 - \cos^2 x)^K \cos^n x \cdot d \cos x = - \int (1 - z^2)^K z^n \cdot dz \end{aligned}$$

dove abbiamo fatto la porzione $z = \cos x$. Con ciò siamo ridotti ad integrale di tipo noto.

b) In questo caso poniamo $\lg x = z$, quindi:

$$\begin{aligned} \int \sin^m x \cos^n x dx &= \int \lg^m x \cdot \cos^{m+n} x dx = \\ &= \int \lg^m x \cdot \cos^{-2K} x \cdot dx = \\ &= \int \lg^m x \cdot \cos^{-2(K-1)} x d(\lg x) = \int z^m (1 + z^2)^{K-1} \cdot dz \end{aligned}$$

ottenendo un integrale di tipo noto.

c) Nel caso: $n = 0$, $m = -2K - 1$ si riduce pure ad integrali di tipo noto, come lasciamo allo studioso di verificare, ponendo:

$$\lg \frac{x}{2} = z.$$