Svolgimento scritto dicembre 2019

- Versione covid.

(Es 1)

$$0 \le f(x,y) \le \frac{y^3}{4y^4} \xrightarrow[y\to+\infty]{} 0 \qquad (*)$$

(in A $\quad x^2+y^2 \to +\infty \Rightarrow y \to +\infty$)

$\Rightarrow$ (WG) $\exists \max f$ in A $\qquad (*) \Rightarrow \inf_A f = 0 \qquad f = 0$ su $\gamma_1 \Rightarrow \min_A f = 0$

e γ_1 pti minimo

max pto staz. interno o su γ_2

Pti staz interni
$$\begin{cases} \cancel{\dfrac{x^2}{(\ \ )^2}} \left[1+x^2+4y^4-2x^2\right] = 0 \\ \cancel{\ \ } \left[\cancel{2x}(1+x^2+4y^4) - \cancel{16}\,8\, y^{\cancel{8}\,4}\right] = 0 \end{cases}$$

$x, y \neq 0$ in $\mathring{A}$

$$\begin{cases} 1 + 4y^4 = x^2 \\ 1 + x^2 = 4y^4 \end{cases} \Rightarrow \quad 2 = 0 \quad \text{imp.}$$

$r_2 \qquad y = x \qquad g(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2+4x^4} \qquad g(0) = 0 \Rightarrow$

max dove $g' = 0$

Se si ha tempo sufficiente non sarebbe male scrivere g' e osservare che $g' = 0$ "produce" una bi-quadratica, ma così è comunque ampiamente sufficiente

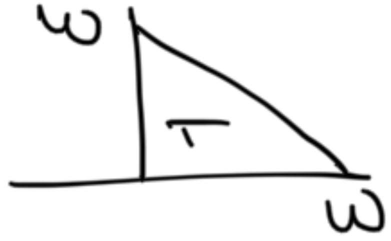
(Es2)

$x = u, \quad y = v, \quad z + x + y = w \qquad (z = w - u - v)$

$\Rightarrow \quad u \geq 0, \quad v \geq 0 \qquad 0 \leq w \leq 2, \qquad u + v \leq w$

$\Upsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow \quad \det \Upsilon = 1$

$$J = \begin{pmatrix} \cdots \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$



$$\int_0^2 dw \int_{\underbrace{\substack{u+v \le w \\ u,v \ge 0}}_{T}} |w-1| \, du\, dv$$

$$= \int_0^2 |w-1| \underbrace{\frac{w^2}{2}}_{\text{area di } T} dw$$

Questo svolgimento è molto buono e non c'è bisogno di calcolare l'integrale 1-dim.

Alternativa (per differenza)

$$\int = \int_{x+y+z \le 2} x+y+z-1 \; - 2 \int_{x+y+z \le 1} (x+y+z)-1$$

$$= \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-(x+y)} (x+y+z-1)\, dz$$

e analogamente per l'altro

Questo svolgimento (senza fare i conti) è ritenuto sufficiente anche se non ottimale. I conti infatti sarebbero elementari, ma abbastanza lunghi con perdita di tempo e possibilità di errori

(ES3)

$$\int_{D_\alpha} \le \frac{\pi}{2}\int_{D_\alpha}\frac{1}{x^2}\,dx\,dy = \frac{\pi}{2}\int_1^{+\infty}dx\int_0^{x^\alpha}\frac{1}{x^2}\,dy = \frac{\pi}{2}\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^{2-\alpha}}\,dx$$

converge se $\alpha<1$

$\alpha=1$
$$\int_{D_1} \ge \int_1^{+\infty}dx\int_0^{x}\frac{\operatorname{arctg} y}{2x^2}\,dy \ge \int_1^{+\infty}dx\int_1^{x}\frac{1}{2x^2}\operatorname{arctg} 1\,dy$$

$$= \int_1^{+\infty}\frac{\operatorname{arctg} 1}{2}\,\frac{x-1}{x^2}\,dx = +\infty$$

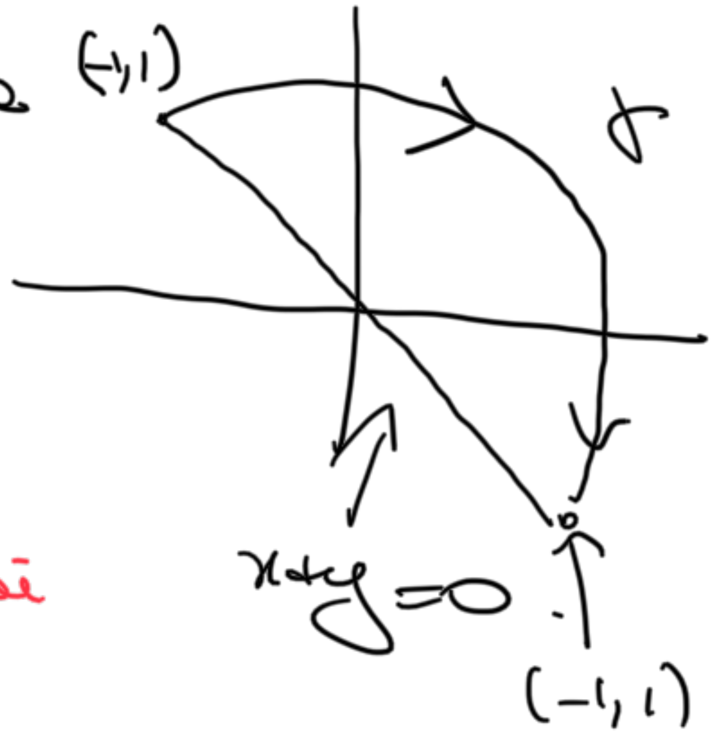
$\alpha > 1 \Rightarrow D_1 \subseteq D_\alpha \Rightarrow$ diverge

Lo svolgimento è molto breve con i d o no la soluzione è la stessa.

(ES 4)

$$\gamma(t) = \sqrt{2}\left(\operatorname{sen}\left(t - \frac{\pi}{4}\right), \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

questo si tratta di una semicirconferenza percorsa una sola volta



l'area è $\frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot 2 = \pi$

Questo svolgimento non presenta problemi

Per cui non si giunge che si tratta di una semicirconferenza.

- Semplicità:

$$\begin{cases} \operatorname{sen} t - \cos t = \operatorname{sen} s - \cos s \quad (2) \\ \operatorname{sen} t + \cos t = \operatorname{sen} s + \cos s \quad (1) \end{cases} \xRightarrow{(1)-(2)} 2\cos t = 2\cos s$$

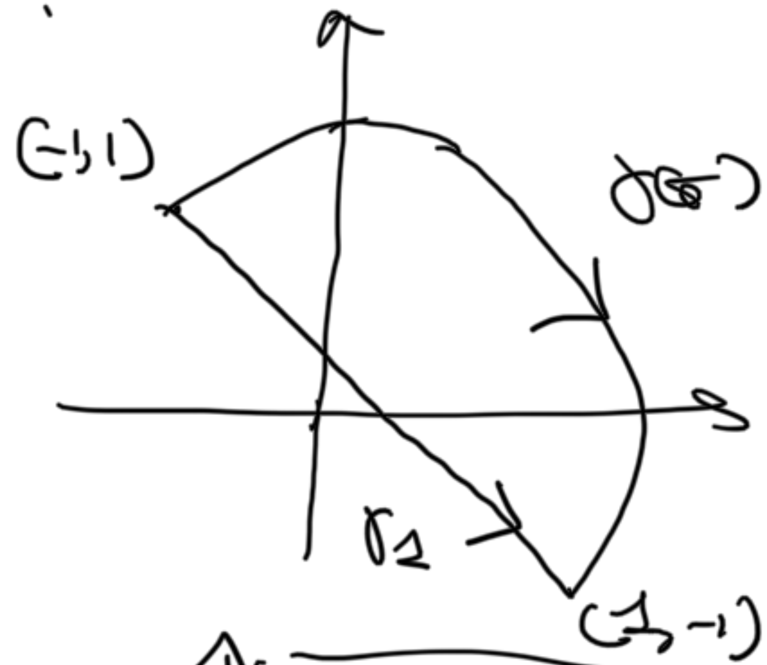
e in $[0, \pi]$ cos

$T \neq S$ è monotona impossibile.

- Disegno.

$\dot{x}(T) = \cos T + \operatorname{sen} T \geq 0 \iff T \geq \frac{3}{4}\pi$.

$\dot{y}(T) = \cos T - \operatorname{sen} T \geq 0 \iff T \geq \frac{\pi}{4}$



- Intersezioni:

$x+y = 2 \operatorname{sen} T = 0 \implies T = 0$ oppure $T = \pi$

- Area $\gamma_1(T) = \begin{cases} x = T \\ y = -T \end{cases} \quad -1 \leq T \leq 1$

$\boxed{\text{Bordo di } D \quad \gamma_1 \cup \gamma^-}$

GG

$$\text{area} \overset{\downarrow}{=} \int_{\gamma_1} x\,dy - \int_{\gamma} x\,dy = -\int_{-1}^{1} T\,dT - \int_0^{\pi} (\operatorname{sen} T - \cos T)(\cos T - \operatorname{sen} T)\,dT$$

Orientazione negativa.

Alcuni passaggi sono un pò veloci (non c'è il disegno delle componenti $x(T)$ e $y(T)$ ad esempio), ma va bene conique.