Università di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica/Telecomunicazioni

Scritto d'esame di Algebra Lineare

Pisa, 01 Febbraio 2020

(Domande da 4 punti)

[T1] Che cosa possiamo dire di due autovettori di un'applicazione lineare simmetrica corrispondenti ad autovalori distinti? Perché?

[T2] Che cosa possiamo dire di un sistema lineare *omogeneo* se la matrice dei coefficienti ha le *colonne* linearmente indipendenti? Perché?

[B1] Determinare per quali valori del parametro reale a la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

risulta diagonalizzabile

[B2] Consideriamo l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita da $f(x, y) = (x + y, x - y)$.

Determinare la matrice che rappresenta l'applicazione f nella base $\{(1, 2), (1, 3)\}$ (usata in partenza ed arrivo).

(Domande da 8 punti)

[L1] Consideriamo, nel piano cartesiano, la rotazione di 90° in senso orario intorno al punto $(7, 2)$.

(a) Determinare l'immagine della retta $y = x + 1$.

(b) Determinare la controimmagine della retta $2x + 3y = 5$.

[L2] Consideriamo la forma quadratica

$$q(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 2axy - 2yz.$$

(a) Studiare la segnatura della forma quadratica al variare del parametro reale a.

(b) Nel caso particolare $a = 2$, determinare un sottospazio di $\mathbb{R}^3$ di dimensione massima su cui la forma quadratica risulta definita negativa.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.