EJERCIZI CURVE PAG. 100

- Curva (t, t^2) $t \in [-1, 1]$

$\gamma(-1) = (-1, 1)$
$\gamma(1) = (1, 1)$ $\Rightarrow$ $\gamma(1) \neq \gamma(-1)$ NON É CHIUSA

Poiché $y(t) = t^2$ è strett. crescente allora la funzione è semplice.

Trovare la retta tangente alla curva per $t=0$

Calcolo il vettore tangente che chiamo h

$h = (\dot{x}(t), \dot{y}(t)) \rightarrow h = (1, 2t)$

Dunque la retta tangente è:

$x(s) = x(0) + \dot{x}(0) \cdot s = 0 + s$ $\Rightarrow$ retta tangente

$y(s) = y(0) + \dot{y}(0) \cdot s = 0$ $(t, 0)$ forma param.

La forma cartesiana è $\boxed{y=0}$

- Curva $(t, \sin t)$ $t \in [-\pi, \pi]$

$\gamma(-\pi) = (-\pi, 0)$
$\gamma(\pi) = (\pi, 0)$ $\gamma(-\pi) \neq \gamma(\pi) \Rightarrow$ NON É CHIUSA

Posso dire che la mia funzione è semplice

Per $t \neq s$ la funzione che trovo

non ha soluzioni $\begin{cases} t = s \\ \sin t = \sin s \end{cases} \Rightarrow$ É SEMPLICE

Guarda col grafico $\rightarrow$ forse è meglio

Calcolo il vettore tangente che chiamo h

$h = (1, \cos t)$

Dunque la retta tangente per $t=0$

$\begin{cases} x(s) = x(0) + \dot{x}(0) \cdot s = s \\ y(s) = y(0) + \dot{y}(0) s = s \end{cases}$ $\Rightarrow$ retta tangente è (t, t)

$\rightarrow$ forma cart. $\boxed{y - x = 0}$

$\gamma(t) = (\cos t, \sin t) \qquad t \in [-4\pi, 4\pi]$

$\gamma(-4\pi) = (1, 0)$ $\Rightarrow$ $\gamma(-4\pi) = \gamma(4\pi)$ $\Rightarrow$ la curva è CHIUSA

$\gamma(4\pi) = (1, 0)$

Per mostrare la semplicità vedo che

$\gamma = f(x(t), y(t)) \qquad t \in [-4\pi, 4\pi]$

non è iniettiva allora $\Rightarrow \gamma$ NON È SEMPLICE

Scrivo ora la retta tangente per $t = 0$

Vettore tangente che chiamo $h = (-\sin t, \cos t)$

$$r: \begin{cases} x(t) = x(0) + \dot{x}(0) \cdot s = 1 + 0 \\ y(t) = y(0) + \dot{x}(0) \cdot s = s \end{cases} \Rightarrow r: (1, t) \Rightarrow x = 1 \text{ forma cart.}$$

ESERCIZI SU CURVE

- $\gamma(t) = (e^{4t}, t + \cos t)$ $\quad t \in [-1, 1]$

$\gamma(-1) = (e^{-4}, -1 + \cos(-1))$ $\Rightarrow$ $\gamma(1) \neq \gamma(-1)$

$\gamma(1) = (e^{4}, 1 + \cos 1)$ LA CURVA NON È CHIUSA

La funzione e^{4t} è monotona quindi è semplice

studio la derivata

$4e^{t} \overset{?}{\geq} 0$ in $t \in [-1, 1]$

SI!

Scrivo il versore tangente

$T = (4e^{4t}, 1 - \sin(t))$

La retta tangente in $t=0$ è:

$$\begin{cases} x(s) = 1 + 4s \\ y(s) = 1 + s \end{cases}$$

La eq. cart. è $s = y - 1$

$x = 1 + 4y - 4$

$x - 4y + 3 = 0$

- $\gamma(t) = (\cos^3 t, 2\sin t)$

$t \in [-\pi, \pi]$

$\gamma(-\pi) = \gamma(\pi)$ $\Rightarrow$ La curva è chiusa

In $t \in [-\pi, \pi]$ la seconda componente per $t \neq s$ non ha soluzioni perché ho $2\sin s = 2\sin t$

$\Rightarrow$ la curva è semplice perché $g(t) = f((x(t)), y(t))$ non è iniettiva in $[-\pi, \pi]$

- Scrivo ora il vettore tangente

$T = (-3\sin t \cos^2 t, 2\cos t)$

La retta tangente è in $t = 0$

$$\begin{cases} x(s) = 1 + 0 \cdot s \\ y(s) = 0 + 2s \end{cases} \rightarrow$$ La forma cartesiana è $\rightarrow s = y/2 \Rightarrow \boxed{x = 1}$