

# Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2018/2019

1. Siano

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x} \leq y \leq 2x\}, \quad f(x, y) = (x + y) \arctan(y^2).$$

Determinare se esistono ed in caso affermativo calcolare

$$\lim_{\substack{x^2 + y^2 \rightarrow +\infty \\ (x, y) \in D}} f(x, y); \quad \lim_{x^2 + y^2 \rightarrow +\infty} f(x, y).$$

2. Siano

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2x + y^2 \leq 0\}, \quad f(x, y) = |x - y|.$$

Determinare estremo inferiore e superiore di  $f$  in  $A$  specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

3. Consideriamo la funzione  $f(x, y, z) = x - y + z$  e l'insieme

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = 3, xy + z = 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Determinare estremo inferiore e superiore di  $f$  su  $C$  specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.  
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

## Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2018/2019

1. Determinare e classificare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^4 - x^2y.$$

2. Sia

$$V := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

Calcolare

$$\int_V |x| \, dx \, dy \, dz \quad \int_V |x + y| \, dx \, dy \, dz.$$

3. Consideriamo  $\gamma_1(t) = (t + t^2, \sin^2 t)$  con  $t \in [-\pi, \pi]$  e  $\gamma_2(t) = (t + t^2, \sin^2 t)$  con  $t \in [0, \pi]$ .
- (a) Calcolare la retta tangente alla curva  $\gamma_1$  per  $t = 0$  sia in forma cartesiana che in forma parametrica.
  - (b) Stabilire se la curva  $\gamma_2$  è chiusa e/o semplice.
  - (c) Stabilire se la curva  $\gamma_1$  è chiusa e/o semplice.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.  
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

## Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2018/2019

1. Sia  $V$  l'insieme di  $\mathbb{R}^3$  racchiuso dai piani  $y = 1$ ,  $y = -1$  e dalla superficie  $S$  data in forma parametrica da

$$(x, y, z) = (\sin t, \cos v, \cos^3 t), \quad (t, v) \in [0, 2\pi] \times [0, \pi].$$

Calcolare il volume di  $V$ .

2. Sia  $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2(1 + x^2) = 4, z \geq 0\}$  orientata prendendo in  $(2, 0, 0)$  la normale che punta verso le  $x$  positive.

Sia  $F(x, y, z) = (x + z^4, x, \log(1 + x^2))$ . Calcolare il flusso del rotore di  $F$  attraverso  $S$ .

3. Siano

$$D_1 := \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x^3\}, \quad D_2 := \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Stabilire se convergono

$$\int_{D_1} \frac{\arctan x}{x^4 + y^4} dx dy; \quad \int_{D_2} \frac{\arctan x}{x^4 + y^4} dx dy.$$

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.

Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.