

## Scritto d'esame di Algebra Lineare

Pisa, 21 Settembre 2019

### (Domande da 4 punti)

- [T1] Componenti di un vettore rispetto ad una base. Dimostrazione della loro esistenza e unicità.
- [T2] Se due matrici sono simili, cosa possiamo dire dei loro polinomi caratteristici? Perché?
- [B1] Determinare per quali valori del parametro reale  $a$  il sistema

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + ay = 6 \end{cases}$$

ammette soluzione unica.

- [B2] Determinare la forma canonica di Jordan della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

### (Domande da 8 punti)

- [L1] Determinare l'espressione analitica della trasformazione che rappresenta, nello spazio, la simmetria rispetto al piano di equazione  $x + 2z = 0$ .
- [L2] Consideriamo la forma quadratica

$$q(x, y, z) = y^2 - z^2 + 2xy.$$

- (a) Determinare un sottospazio di  $\mathbb{R}^3$  di dimensione massima su cui  $q(x, y, z)$  risulta definita positiva.
- (b) Determinare un sottospazio di  $\mathbb{R}^3$  di dimensione massima su cui  $q(x, y, z)$  risulta definita negativa.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.  
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.