Applicazioni lineari

Siano V e W due spazi vettoriali su $\mathbb{K}$.

$$f : V \to W \text{ si dice lineare se e soltanto se}$$

$$\forall\ v_1,\ v_2 \in V, \forall\ \lambda_1,\ \lambda_2 \in \mathbb{K}$$

$$f(\lambda_1 \cdot v_1 + \lambda_2 \cdot v_2) = \lambda_1 \cdot f(v_1) + \lambda_2 \cdot f(v_2)$$

Nucleo e immagine di f :

Ker(f)=$\{v \in V \mid f(v) = \mathbf{0}\}$

Im(f)=$\{w \in W \mid \exists v \in V\ \ t.c.\ \ f(v) = w\}$

OSSERVAZIONI:
Ker$(f) \subseteq V$ è sottospazio vettoriale di V
Im$(f) \subseteq W$ è sottospazio vettoriale di W

TEOREMA.
$\dim(V) = \dim(\text{ Ker}(f)) + \dim(\text{ Im}(f))$