

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 31-01-2009

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).

- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (10 punti) Studiare la convergenza uniforme per la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \left(1 + \frac{1}{1+n^2x} \right) \quad x > 0$$

sugli intervalli $(0, \infty)$ e $(1, +\infty)$.

Esercizio 2. (10 punti) Dato l'insieme

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 4, \quad x+y \geq 6\}$$

i) calcolare l'area di K ;

ii) calcolare l'integrale lungo $\partial^+ K$ delle 1-forme

$$\omega_1 = \frac{1}{2} y dx - \frac{1}{2} x dy$$

$$\omega_2 = (y \sin(xy)) dx + (x \sin(xy)) dy$$

$$\omega_3 = \frac{1}{|x-5|} dx + \frac{1}{|y-5|} dy$$

Esercizio 3. (14 punti) Dato l'insieme

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - |z| = 0\}$$

i) dire se Σ è una superficie regolare;

ii) scrivere l'equazione, cartesiana o parametrica, del piano tangente a Σ nel punto

$$P = (1, 0, -1)$$

iii) calcolare l'area di $\Sigma \cap \{-1 \leq z \leq 2\}$;

iv) dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'intersezione $\Sigma \cap \{y+z = \alpha\}$ è una curva regolare.