

Analisi Matematica III
Corso di Ingegneria Civile
Compito del 21-02-2009

- È obbligatorio consegnare tutti i fogli (anche quelli della brutta).
- Le risposte senza giustificazione sono considerate nulle.

Esercizio 1. (12 punti) Data la curva (γ, r) in \mathbb{R}^2 di parametrizzazione

$$r(t) = (\arctan t)\mathbf{i} + t\mathbf{j} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$$

sia $U \subset \mathbb{R}^2$ l'aperto delimitato da γ , dall'asse delle y e dalla retta $\{y = \frac{\pi}{4}\}$.

- (i) Usare il Teorema di Stokes per calcolare l'area di U .
- (ii) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\partial^+ U} \frac{1}{n(1+n^2y)} dx$$

Esercizio 2. (10 punti) Dire se la funzione

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \frac{1}{(2+x)^{n+1}} \quad x \geq 0$$

è derivabile e calcolare $S'(1)$.

Esercizio 3. (10 punti) Dato l'insieme

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^4 = 1\}$$

- i) dire se Σ è una superficie regolare, scrivere il versore normale \hat{n} e la 2-forma ν_Σ associata in funzione di (x, y, z) ;
- ii) dato il campo di vettori

$$A = xX + yY$$

calcolare $A \cdot \hat{n}$ in un generico punto $P = (x, y, z) \in \Sigma$;

- iii) calcolare l'integrale

$$\int_{\Sigma \cap \{-1 \leq z \leq 1\}} (A \cdot \hat{n}) \nu_\Sigma$$