

Analisi Matematica II
Corso di Ingegneria Informatica
Prova scritta di esame del 4-9-2000

-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.

-I libri, gli appunti e le calcolatrici sono ammesse;

-E' proibito parlare con gli altri candidati copiare (ovvio, ma è sempre bene ripeterlo!)

Buon Lavoro!

PRIMA PROVA (10 punti)

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = 2x^2y - 2x^3 + 2xy - 2x^2$$

a) determinare i punti critici di f , i punti di minimo locale, di massimo locale e di sella.

b) calcolare

$$\max_{(x,y) \in Q} f(x, y)$$

ove

$$Q = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x \geq 0, 1 \leq y \leq 2\}$$

SECONDA PROVA (13 punti)

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + \lambda y = 1 \\ y(0) = 2; \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

a) determinare per quali valori di λ la soluzione è limitata per $t \in (0, \infty)$;

b) determinare per quali valori di λ la soluzione è limitata per $t \in (-\infty, \infty)$;

c) determinare la soluzione esplicita per $\lambda = 8$.

d) determinare se esistono valori di λ per i quali la soluzione \bar{y} ammette il seguente limite:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{y}(t);$$

determinare tale limite.

e) scrivere l'equazione precedente come sistema di due equazioni di primo grado

f) trovare i punti stazionari di tale sistema e studiarne la stabilità al variare di λ .

TERZA PROVA (10 punti)

a) Si determini

$$e \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$$

b) Si calcoli la soluzione del seguente sistema:

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -4x + 7y \\ x(0) = 0 \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

c) Si determini la natura del punto $(0, 0)$ (ovvero se è un pozzo, una sorgente, un punto di sella etc).